DINAMICA.

Principiile mecanicii Newtoniene
Lucru mecanic. Energie.
Impuls. Moment cinetic
Legi de conservare.

① Principiile mecanicii newtoniene

Dinamica este un capitol al fizicii (mecanica) al cărui obiect este studiul relației dintre <u>forța</u> care acționează asupra unui corp și <u>mișcarea</u> corpului.

$$\underbrace{\text{forța}}_{\text{cauza}} \longrightarrow \underbrace{\text{mișcare}}_{\text{efect}}$$

"dinamica" vine din greacă "dinamis" = putere

2 noi concepte : → forța $\vec{F}$
→ masa m

⇒ <u>principiile dinamicii</u>
enunțate de către Isaac Newton (1642–1727)
⇒ <u>Legile de mișcare a lui Newton</u>

<u>Obs</u>: Newton a dedus cele 3 legi în urma analizei unei multitudini de experimente efectuate înaintea lui, în special de către Galileo Galilei.

Legile lui Newton reprezintă baza mecanicii clasice, denumită și <u>mecanică Newtoniană</u>.

Forța și interacțiune

Din punct de vedere științific forța reprezintă interacțiunea dintre 2 corpuri sau dintre un corp și mediul înconjurător (vecinătatea sa).

Principiul I al lui Newton

Un corp este în repaus sau își păstrează starea de mișcare rectilinie și uniformă dacă asupra lui nu acționează nici o forță netă

⟺ rezultanta forțelor $\sum \vec{F_i} = 0$

$$\vec{a} = 0 \quad \text{dacă} \quad \vec{F} = 0 \quad \text{sau} \quad \sum \vec{F_i} = 0$$

Acest principiu este cunoscut și ca principiul inerției

Principiul II al lui Newton

descrie situația când $\sum \vec{F_i} = \vec{F} \neq 0$

O forță netă care acționează asupra unui corp produce o accelerație a acestuia pe aceeași direcție și sens pe care acționează forța.

$$\vec{F} = \sum \vec{F_i} = m\vec{a}$$

Raportul $\frac{|\vec{F}|}{|\vec{a}|}$ = const. indiferent de mărimea forței

Acest raport poartă denumirea de <u>masă inerțială</u>

$$\boxed{m = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{a}|}}$$

- masa este o măsură a <u>inerției</u> = proprietate a corpurilor de a se opune schimbării stării de mișcare (v. pr. I)
- unitatea de măsură $[m]_{SI} = kg$
- unitatea de măsură a forței $[F]_{SI} = N$ (Newton)

$$1N = 1kg \cdot 1\, m/s^2$$

1N = mărimea unei forțe care ar produce unui corp cu masa de 1kg o accelerație de $1\, m/s^2$.

- Dacă asupra corpului acționează mai multe forțe, principiul <u>II</u> se scrie:

$$\boxed{\sum \vec{F_i} = m\vec{a}}$$

- Dacă mișcarea corpului se studiază într-un reper cartezian

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = ma_x = m\frac{d^2x}{dt^2} \\ F_y = ma_y = m\frac{d^2y}{dt^2} \\ F_z = ma_z = m\frac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

Legea a II a dinamicii $\Rightarrow$ set de 3 ec. diferențiale

$\longrightarrow$ descompunerea mișcării mecanice

Principiul III al lui Newton
(acțiunii – reacțiunii)

> Dacă un corp A exercită o forță asupra unui corp B (ACȚIUNE), corpul B va exercita o forță egală și de sens contrar asupra lui A (REACȚIUNE).

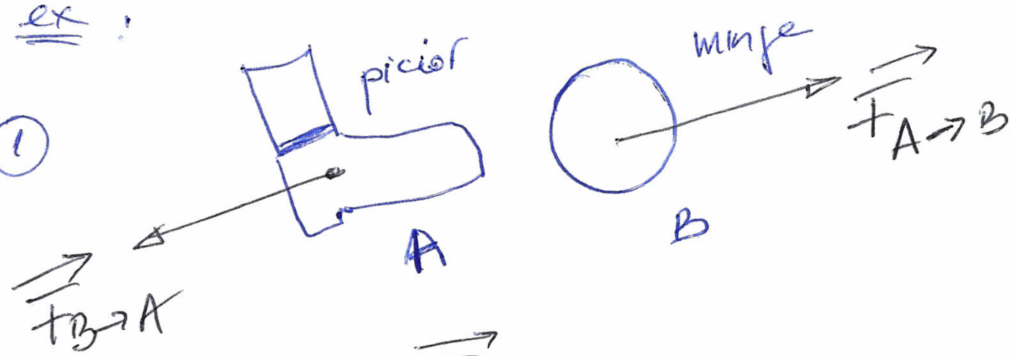
⚠ **Atenție**

Aceste forțe acționează fiecare asupra unui corp diferit.

$$\boxed{\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}}$$

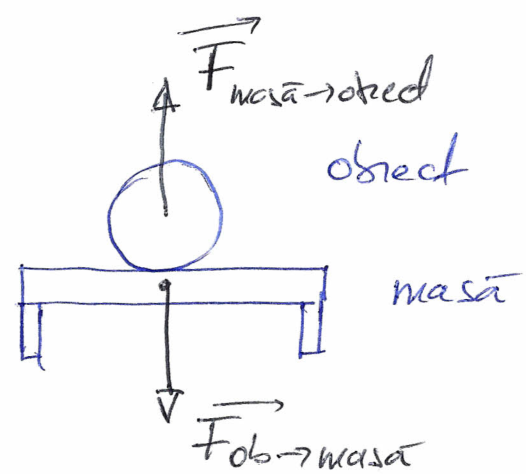
ex:

(1)



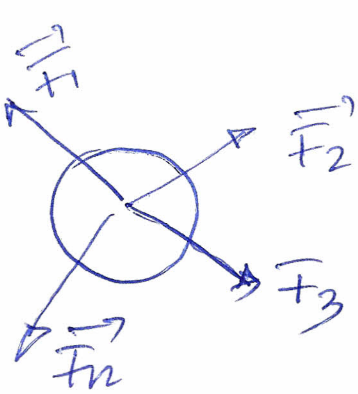
$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$$

(2)



Suprapunerea forțelor

dacă asupra unui corp acționează mai multe forțe



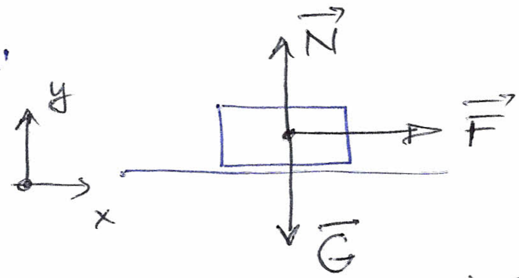
Forța rezultantă:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

Dacă $\sum \vec{F_i} = 0$ corpul este în repaos

$\sum \vec{F_i} \neq 0 \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{\sum \vec{F_i}}{m}}$

ex:



$\vec{F}_{rez} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{G} = \vec{F}$

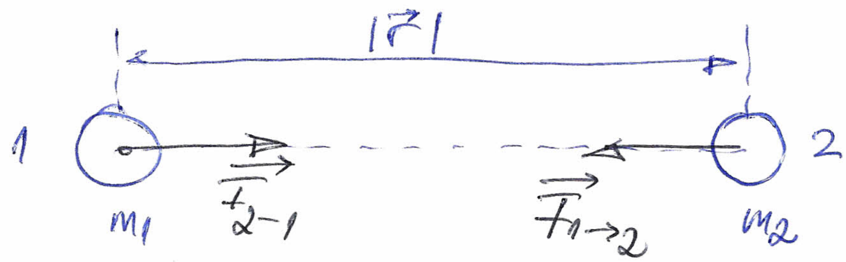
$\vec{N} + \vec{G} = 0$ (nu se mișcă pe oy)

$F_x = F = m a_x \Rightarrow \underline{a_x}$ mișcare accelerată pe ox

TIPURI DE FORȚE

① Forța gravitațională $\vec{G}$ forță de greutate

Legea atracției universale (Newton) → 1698



Conform principiului III al dinamicii:

$\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1} = \vec{G} = \vec{F}_g$

Orice particulă materială (masică) din univers atrage o altă particulă cu o forță proporțională cu produsul celor două mase și invers proporțion. cu pătratul distanței dintre ele

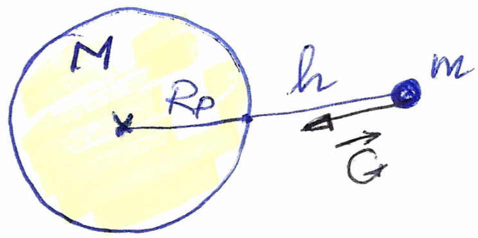
$\boxed{F = K \frac{m_1 m_2}{r^2}}$

$K = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, Nm^2 kg^{-2}$ constanta atracției universale

<u>Obs</u>: Raza de acțiune a forței gravitaționale este infinită!

Greutate

= forța cu care un corp este atras de către Pământ.



$$G = K\frac{mM}{(R+h)^2}$$

m = masa corpului
M = masa Pământului
R_p = raza Pământului
h = altitudinea

Dacă corpul este situat în apropierea pământului $h \approx 0$

$$\Rightarrow G = \underbrace{K\frac{M}{R_p^2}}_{g_0} m = g_0 m$$

accelerație gravitațională sau intensitate a câmpului gravitațional.

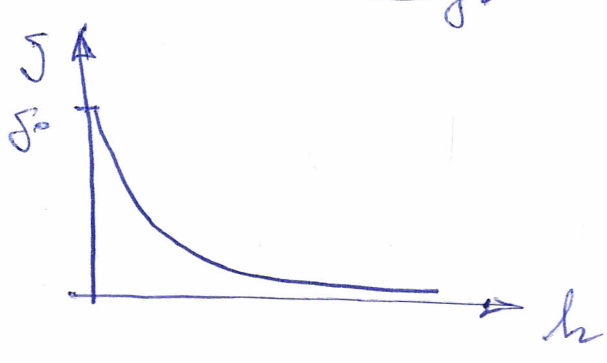
$R \approx 6370$ Km
$M = 5{,}96 \cdot 10^{24}$ Kg
$\Rightarrow \boxed{g_0 \simeq 9{,}8\ m/s^2}$

$\vec{G} = m\vec{g} \longleftrightarrow \vec{F_e} = q\vec{E}$

Variația cu altitudinea

$$G = K\frac{Mm}{(R_p+h)^2} = mg \Rightarrow g = \frac{KM}{(R_p+h)^2}$$

$$\Rightarrow g = \frac{KM}{(R_p+h)^2} = \underbrace{\frac{KM}{R^2}}_{g_0} \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2} = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$



descrește cu altitudinea

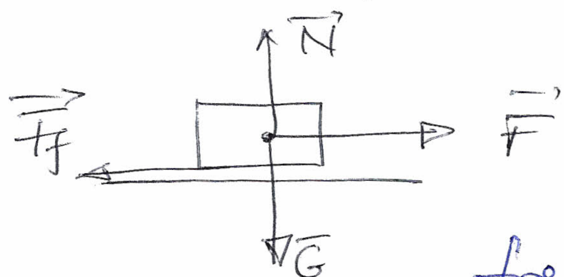
Variatia cu masa planetei

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{M_{Pamant}}{M_{Lună}} \\ M_{Lună} \triangleq 7{,}4 \cdot 10^{22} Kg \\ R_{Lună} \triangleq 1700\ Km \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{g_{Luna} = 1{,}62\ m/s^2}$$

Greutatea unui corp m pe lună va fi:

$$\frac{G_{Lună}}{G_{Pamant}} = \frac{g_{Lună}}{g_{Pamant}} = \frac{1{,}62}{9{,}8} = 0{,}16$$

② Forte de frecare (origine electrostatică)



forte care se opun miscării unui corp in contact mecanic cu un altul

frecare statică: $F_s \le \mu N$

frecare dinamică: (cinetică) $F_c = \mu N$

μ = coeficient de frecare

Dacă $F < \mu N$ corpul este in repaos

$F \geq \mu N$ corpul se miscă accelerat

$\cancel{ax}$; $a = \dfrac{F - \mu N}{m}$.

③ Forte de rezistentă

Apar la miscarea unui corp intr-un fluid (lichid, gaz)

$$\boxed{\vec{F}_r = -k\eta\vec{v}}$$

caracterizează forma geometrică a corpului

Coef. de vâscozitate a fluidului

Legea lui Stokes

$[\eta]_{SI} = kg/ms$

Forma sferică: $k = 6\pi R$ $\Rightarrow$ $\vec{F_v} = -6\pi\eta r\vec{v}$

$F_v = 6\pi\eta r v$

$G_a = mg - F_A = mg - \rho_e V_e g$

greutate aparentă — greutate — Forța arhimedrică

(4) Forțe elastice

Sub acțiunea unei forțe un corp poate suferi o deformare
→ elastică (când forța încetează revine la forma inițială)
→ plastică

Forța deformatoare $\vec{F}$

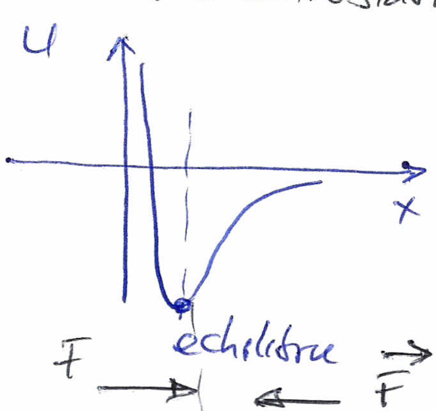
Δl = deformare absolută (ex. alungire)

l_0 = lungimea inițială

$$\boxed{F_e = -kx}$$

forța elastică
↕
natură electrostatică

Când asupra unui corp acționează o forță deformatoare, în material iau naștere niște forțe interne a căror rezultantă este egală și de sens contrar forței deformatoare



la deformare dist dintre atomi scad sau cresc
↑ apar forțe repulsive
↑ apar forțe atractive

Forțe fundamentale în natură

G.U.T. Grand Unification Theory

① **Interacțiunea gravitațională**

- rază de acțiune infinită
- întotdeauna atractivă

② **Interacțiunea electromagnetică**

- responsabilă de fenomene electrice, magnetice, radiație electromagnetică, reacții chimice, biologice, etc.
- atractivă și repulsivă
- rază de acțiune infinită.

Scara atomică → forțele gravitaționale de 10^{35} ori mai ~~mici~~ decât cele electrostatice ⇒ neglijabile

Scara cosmologică → interacțiunile gravitaționale dominante

③ **Interacțiunea tare**

- responsabile de coeziunea nucleelor.
- joacă un rol important în reacțiile nucleare
- rază de acțiune finită $\sim 10^{-15}$ m

aprox. 137 ori mai puternică decât interacțiunea electromagnetică,

10^{38} ori mai puternică decât interacțiunea gravitațională

④ **Interacțiunea slabă**

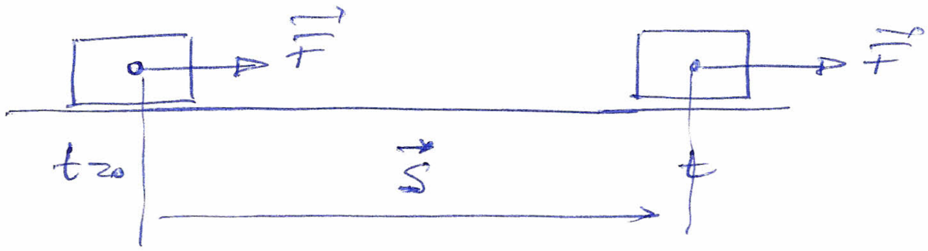
de asemenea importantă la scara nucleelor implicată în dezintegrarea β

$$n^0 \longrightarrow p^+ + e^- + \tilde{\nu}$$

LUCRU MECANIC ȘI ENERGIE

1) Lucru mecanic

descrie efectul unei forțe $\vec{F}$ care a acționat în timp t



$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{S}}$$

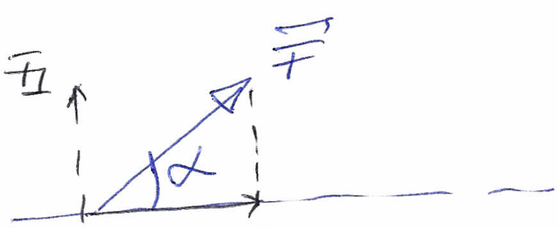
→ mărime scalară

produsul scalar dintre vectorul forță și vectorul deplasare

$[W]_{SI} = \text{Joule} = 1N \cdot 1m$

Dacă $\vec{F}$ face unghiul α cu deplasarea

$F \sin\alpha = F_{\perp}$ nu produce lucru mecanic



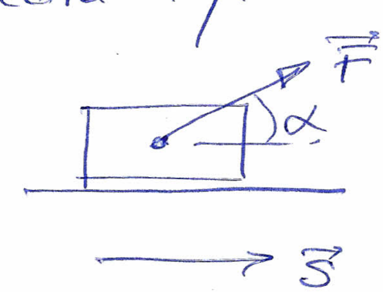
$F_{\parallel} = F \cos\alpha$ produce lucru mecanic

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos\alpha = F_{\parallel} S}$$

Semnul lucrului mecanic.

a) $\vec{F}$ are o componentă pe direcția deplasării

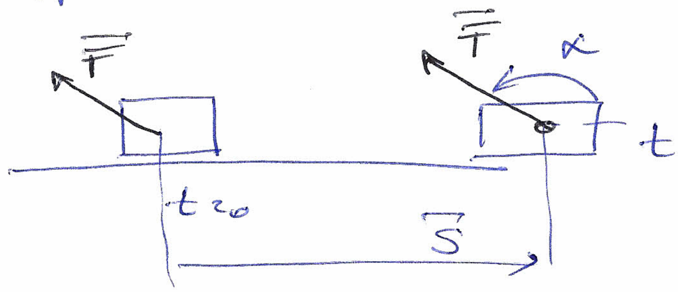
$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos\alpha > 0$



lucru mec. pozitiv

$\Rightarrow$ accelerare

(b) $\vec{F}$ are o componentă pe direcție opusă vectorului deplasare



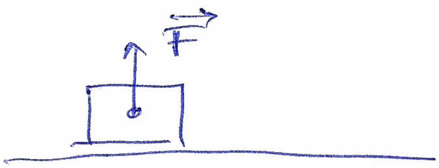
$\alpha > \pi/2$

$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = Fs\cos\alpha < 0$ lucru mecanic negativ.

⇒ <u>decelerare</u> (frânare)

c) $\vec{F} \perp \vec{s}$ $\quad W = \vec{F}\cdot\vec{s} = Fs\cos(90^\circ) = 0$

forța $\perp$ nu produce lucru mecanic



<u>Lucru mecanic total</u> când mai multe forțe acționează asupra corpului.

$\vec{F}_{tot} = \sum_i \vec{F}_i \quad \Rightarrow W_{tot} = \vec{F}\cdot\vec{s} = \sum \vec{F}_i\,\vec{s}$
$= \sum W_i$

$$\Rightarrow \boxed{W_{tot} = \sum_i W_i}$$

② Energia cinetică

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m v^2}$$ [Joule]

- mărime scalară
- depinde doar de m, v nu și de direcția de mișcare.

TEOREMA CONSERVĂRII ENERGIEI CINETICE

$E_{c_i} = \frac{1}{2} m v_i^2$ — Ec inițială

$E_{c_f} = \frac{1}{2} m v_f^2$ — Ec finală

$$\Rightarrow \boxed{W_{tot} = \vec{F} \cdot \vec{S} = E_{c_f} - E_{c_i} = \Delta E_c}$$

variația energiei cinetice = lucrul mecanic al forțelor care acționează asupra sistemului

Discuție:

$W > 0 \Rightarrow \Delta E_c > 0 \Rightarrow E_{c_f} > E_{c_i}$ — Ec crește, $v_f > v_i$, viteza crește

$W = 0 \Rightarrow \Delta E_c = 0$ — $E_{c_f} = E_{c_i}$ — E_c const, $v =$ const

$W < 0 \Rightarrow \Delta E_c < 0$ — $E_{c_f} < E_{c_i}$ — Ec scade, $v_f < v_i$, v – scade

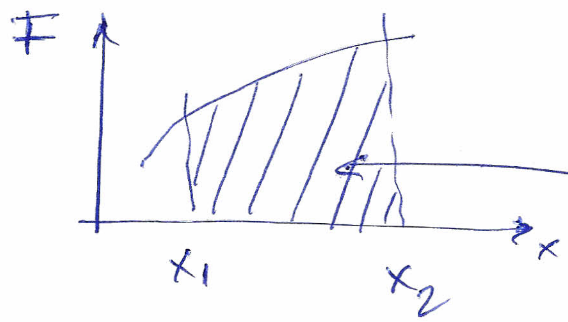
$$[E_c]_{SI} = [W]_{SI} = 1J \text{ (Joule)}.$$

Lucru mecanic și energia în cazul forțelor care variază (ex. cu poziția)

$F = F(x)$

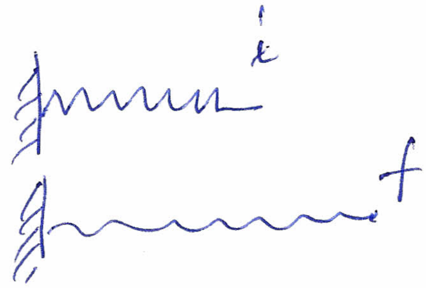
$$\boxed{W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx}$$

definiție integrală



W = aria de sub curbă

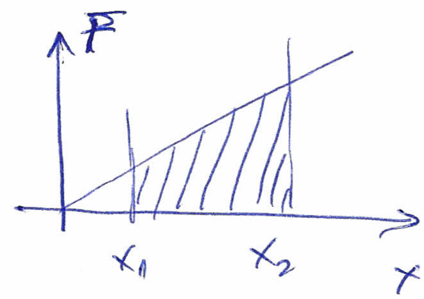
<u>ex</u>: resort



$$\boxed{F(x) = kx}$$

Legea Hook pt elongație

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$$



<u>Puterea</u> = "viteza" (rata) cu care se efectuează lucru mecanic

$$\boxed{P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}}$$ putere medie

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$ puterea instantanee

$$[P]_{SI} = \frac{\text{Joule}}{s} = \text{Watt (W)}$$

multipli: $1kW = 10^3 W$, $1MW = 10^6 W$

alte unități: cal putere $CP = 746\ W$

Relația putere - viteză

$\vec{F}$ acționând asupra unui corp produce deplasarea $\vec{S}$

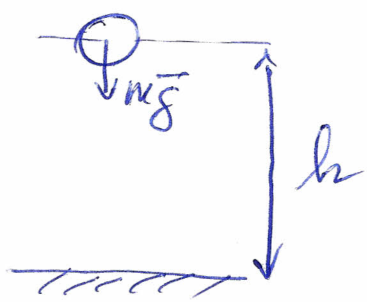
$W = \vec{F}\cdot\vec{S}$ $\qquad$ $P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F}\cdot\vec{S}) = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$

dacă $\vec{F} = ct$ în timp

$$\Rightarrow \boxed{P = \vec{F}\cdot\vec{v}}$$

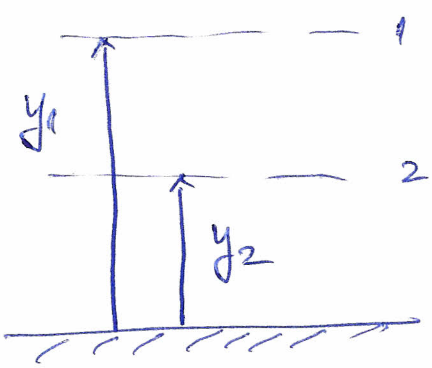
3 ENERGIA POTENȚIALĂ

a) Gravitațională



$$\boxed{E_p = mgh}$$

Conservarea energiei mecanice în câmp gravitațional



$E_{c_1} = \frac{mv_1^2}{2}$ $\qquad$ $E_{p_1} = mgy_1$

$E_{c_2} = \frac{mv_2^2}{2}$ $\qquad$ $E_{p_2} = mgy_2$

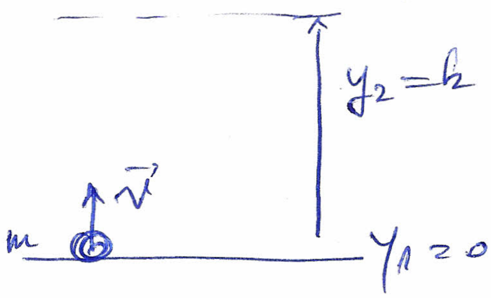
$$\boxed{E_c + E_p = ct} \Rightarrow$$

$E_{c_1} + E_{p_1} = E_{c_2} + E_{p_2}$

$$\boxed{\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}m v_2^2 + mgy_2}$$

energia totală mecanică este constantă

ex: aruncarea pe verticală cu viteza v



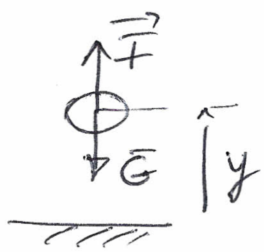
$E_{c_f} = \frac{1}{2} m v_f^2 = 0$ $\quad$ $E_{p_f} = mgh$

$E_{c_i} = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v^2$ $\quad$ $E_{p_i} = 0$

$$E_{c_i} + E_{p_i} = E_{c_f} + E_{p_f} \Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 = \cancel{m} g h$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{v^2}{2g}}$$

Când alte forțe acționează asupra corpului decât forța gravitațională



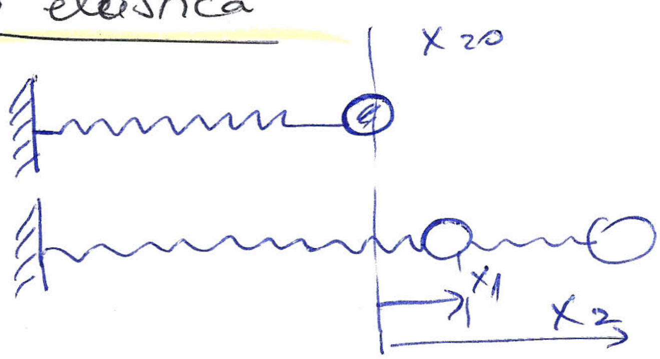
$$\boxed{E_2^{Tot} - E_1^{Tot} = W}$$

variația energiei totale = lucru mec. a forțelor respective

$$\boxed{\left(\frac{1}{2} m v_2^2 + mg y_2\right) - \left(\frac{1}{2} m v_1^2 + mg y_1\right) = W}$$

$$\begin{cases} W > 0 \Rightarrow E_2 > E_1 \Rightarrow E \text{ crește} \\ W = 0 \quad E_2 = E_1 \Rightarrow E = ct \\ W < 0 \quad E_2 < E_1 \Rightarrow E \text{ scade.} \end{cases}$$

b) E_p elastică



$$\boxed{E_p = \frac{k x^2}{2}}$$

Conservarea energiei în câmp elastic

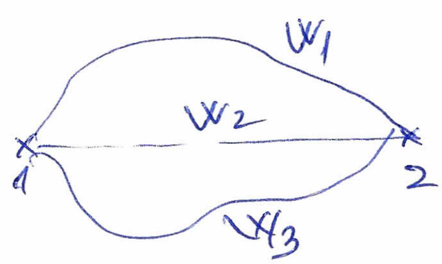
$$\boxed{\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{Kx_1^2}{2} = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{Kx_2^2}{2}}$$

Forțe conservative – non conservative

Forța conservativă = forță care permite conversia reciprocă dintre energie cinetică în energie potențială

ex: forța gravitațională, forța electrică, forța elastică.

Obs. Pt. forțele conservative, lucru mecanic nu depinde de drum



$\Rightarrow W_1 = W_2 = W_3$

Proprietăți ale forțelor conservative

(1) Lucrul mecanic poate fi exprimat ca și o diferență între o energie potențială inițială și finală

$$\boxed{W = E_{pi} - E_{pf}}$$

(2) —"— este reversibil

(3) —"— este independent de drum, depinde doar de poziția inițială și finală.

când $(i) = (f) \Rightarrow W = 0$

(4) Energia mecanică totală se conservă într-un câmp de forțe conservative

$E = E_c + E_p = ct$

Forțe non-conservative

ex: forțe de frecare, forțe disipative.
energia mecanică nu este conservată

$$\Rightarrow \boxed{E_{T_2} - E_{T_1} = W_{non\text{-}cons}}$$

Forțele non-conservative nu se pot exprima în termenii unei energii potențiale.
Dar, ele pot fi exprimate în termenii unei alte forme de energie decât cinetică și potențiale și anume energia internă a sistemului.

ex când o mașină frânează, roțile și suprafața de frânare se încălzesc $\Rightarrow$ temperatura lor crește $\Rightarrow$ energia internă crește

Forma generală a conservării energiei devine în acest caz:

$$\boxed{\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U_{int} = 0}$$

Lavoisier: energia nu este creată sau distrusă, ea poate doar să își schimbe forma.

- Într-un proces fizic oarecare energia cinetică, potențială și internă pot să varieze, suma lor va rămâne însă constantă.

- Legătura între energia internă și modificarea temperaturii, căldura și lucru mecanic reprezintă obiectul unei alte ramuri a fizicii
$\Rightarrow$ TERMODINAMICA.

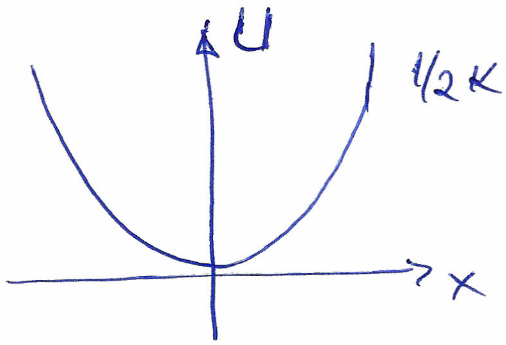
Legătura între forța și energia potențială

Pt. forțele conservative, forța se poate deduce din energia potențială!

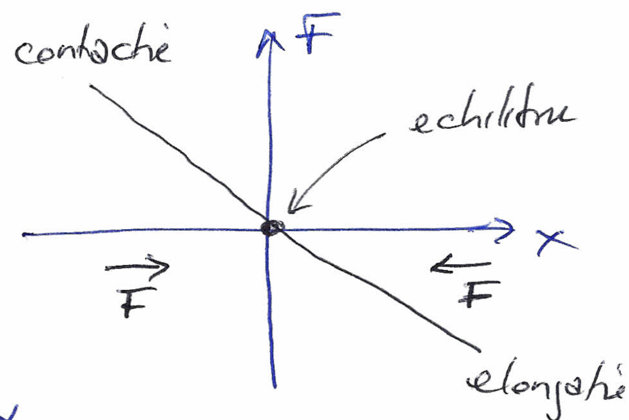
$$\vec{F} = -\,\mathrm{grad}\, U \qquad U = U(x,y,z)$$

$$F(x,y,z) = -\frac{dU}{dx}\vec{i} - \frac{dU}{dy}\vec{j} - \frac{dU}{dz}\vec{k}$$

ex: Caz 1D $\qquad U = U(x) \Rightarrow F = -\frac{dU}{dx}$



$\Rightarrow$



$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = -Kx$$

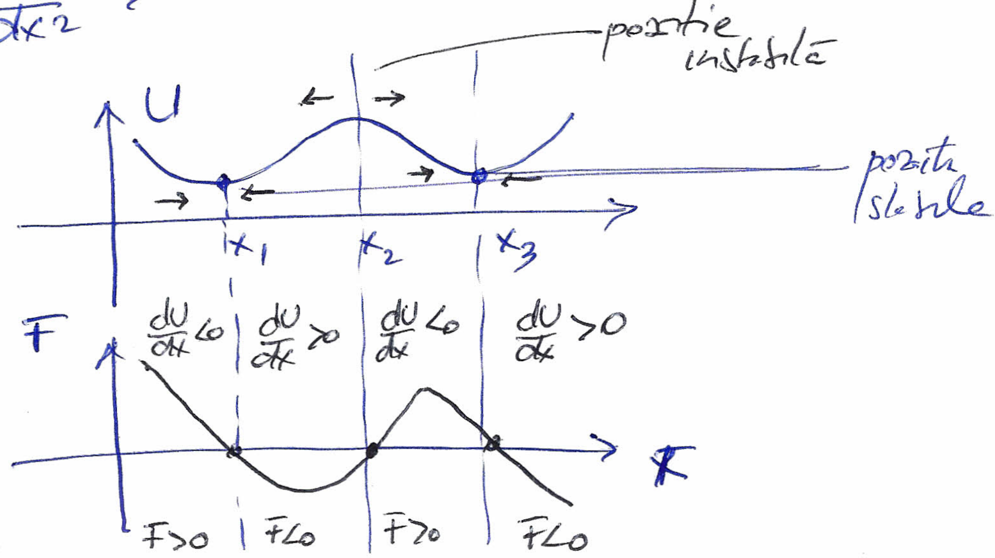
$x > 0 \quad F < 0$

$x < 0 \quad F > 0$

echilibru $\quad F = 0$ (principiul I) $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \dfrac{dU}{dx} = 0 \\[2mm] \dfrac{d^2U}{dx^2} > 0 \end{cases} \qquad \boxed{U = \text{minimum}}$$

Caz general



IMPULS. CIOCNIRI

Există probleme care implică interacțiuni / forțe care nu pot fi soluționate prin aplicarea directă a principiului II $\sum \vec{F_i} = m\vec{a}$, de exemplu problemele implicând ciocnirile dintre corpuri

$\Rightarrow$ nouă abordare $\Rightarrow$ noi concepte / mărimi fizice

- impulsul mecanic
- impulsul forței

Definiție impulsul mecanic:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

- mărime vectorială
- aceeași orientare cu $\vec{v}$

$[p]_{SI} = kg\,m/s = N\cdot s$

Principiul II în formularea impulsului

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F_i}}$$

$d\vec{P} = \sum \vec{F_i}\, dt$ integrată $t_1 \rightarrow P_1$, $t_2 \rightarrow P_2$

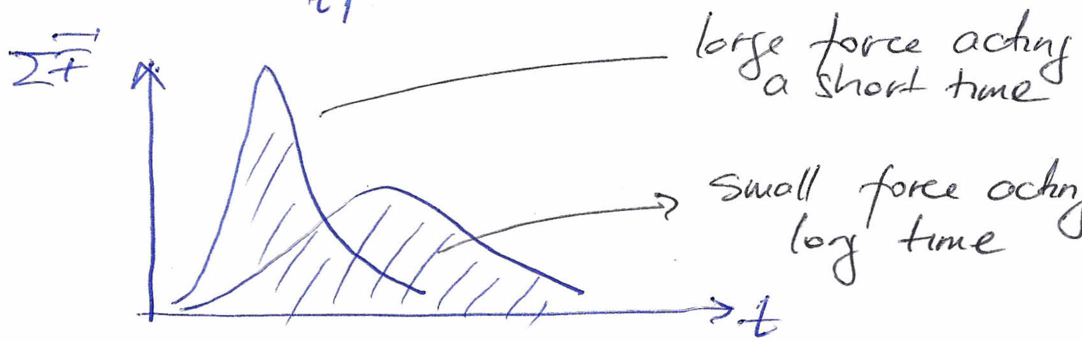
$$\Rightarrow \Delta \vec{P} = \vec{P_2} - \vec{P_1} = \sum \vec{F_i}\, \Delta t = \vec{J}$$

impulsul forței

$$\Rightarrow \boxed{\vec{J} = \vec{P_2} - \vec{P_1}}$$

Dacă forța depinde de timp: $\vec{F} = \vec{F}(t)$

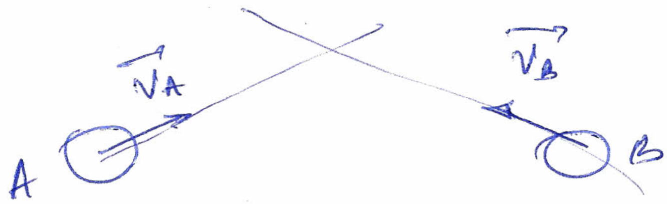
$$\Rightarrow \vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}(t)\,dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$



similar effect $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$

aceeași arie sub curbe.

Conservarea impulsului



interacțiune — coliziune

Principiul III

$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

Concepte:

→ forțe interne = forțe între particulele din sistem

→ forțe externe = forțe exercitate din exterior asupra particulelor din sistem

→ sistem izolat ⇒ forțe externe = 0

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{B\to A} &= \frac{d\vec{p}_A}{dt} \\ \vec{F}_{A\to B} &= \frac{d\vec{p}_B}{dt} \\ \vec{F}_{B\to A} &= -\vec{F}_{A\to B} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{p}_A + \vec{p}_B) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{p}_A + \vec{p}_B = ct}$$

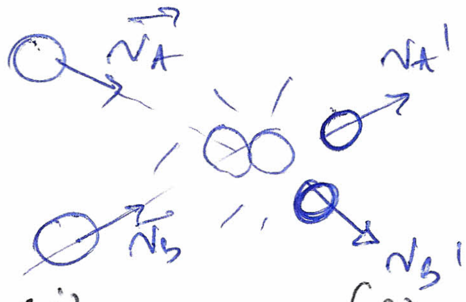
consecință a principiului III ← $\boxed{\dfrac{d\vec{P}}{dt} = 0}$ impulsul total unui sistem izolat se conservă

Ciocniri – clasificare

ciocnire elastice → ciocnire cu conservarea energiei cinetice a particulelor

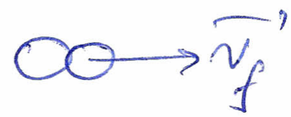
inelastice → ciocniri în care E_c nu se conservă (scade) disipare... căldură...

plastice → ciocnire în care la final corpurile au aceeași viteză. (ex: glonț tras într-un corp)



elastica/inelastică

sau



f

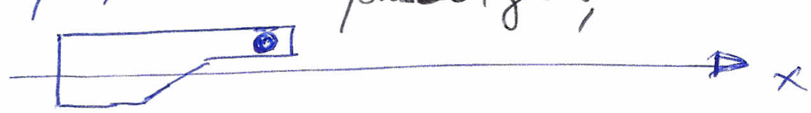
plastică

Exemplu

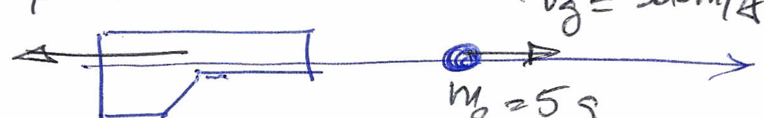
Reculul puștii

pușcă + glonț

Înainte (i):



După (f):



Initial: $P_x = 0$

Final: $P_x = P_{px} + P_{gx} = M_p v_p + m_g v_g$

Conservarea impulsului: $0 = P_x = m_g v_g + M_p v_p$

$$\Rightarrow \boxed{v_p = -\frac{m_g}{M_p} \cdot v_g}$$

semn "–" ⇒ orientare opusă glonțului (v_g)

$$v_p = -\frac{5\cdot 10^{-3}}{3}\cdot 300 = -0{,}5\ m/s$$

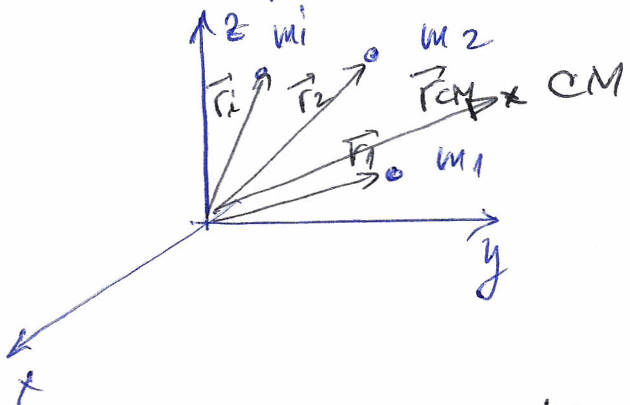
$$\sum F\cdot\Delta t = \Delta p \quad \Rightarrow \quad \sum F = \frac{\Delta p}{\underbrace{\Delta t}_{\text{scurt}}} = m_p\frac{\Delta v_p}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{3kg\cdot 0{,}5\ m/s}{10^{-3}\ s} = 1{,}5\cdot 10^{3}\ N$$

$$(1\ s) \qquad (1{,}5\ N)$$

Centru de masă

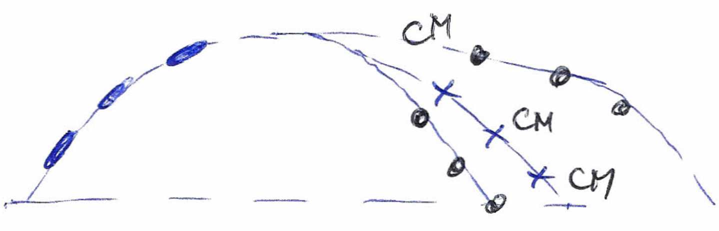
Sistem de mai multe particule de mase m_i care se deplasează cu viteza v_i



CM = poziția unui punct particular în care dacă ar fi concentrată toată masa corpurilor $M = \sum m_i$ impulsul acestuia ar fi $\sum m_i v_i$

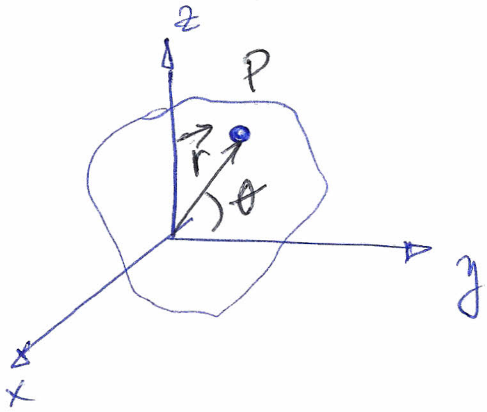
$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}}$$

ex: Proiectil care explodează în cursul mișcării parabolice $\longrightarrow$ CM își continuă mișcarea pe aceeași traiectorie ca și când proiectilul nu ar fi explodat.



CINEMATICA ŞI DINAMICA MIŞCĂRII DE ROTAŢIE

→ dincolo de aproximaţia punctului material
- forma şi dimensiunile contează
- neglijăm deformarea în timpul mişcării mecanice



P = punct oarecare din corpul nostru descris de $(\vec{r}, \theta)$

θ = coordonată unghiulară

Am văzut la mişcarea circulară că putem defini:

$\theta = \theta(t)$ ec. de mişcare $\vec{r} = \vec{r}(t)$

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$ viteza (unghiulară) $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ acc. (unghiulară) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\underbrace{\text{rotaţie} \xleftrightarrow[\text{ANALOGIE}]{} \text{translaţie}}$$

⇒ legi de mişcare analoge translaţiei cu analogia:

$r \longleftrightarrow \theta$

$v \longleftrightarrow \omega$

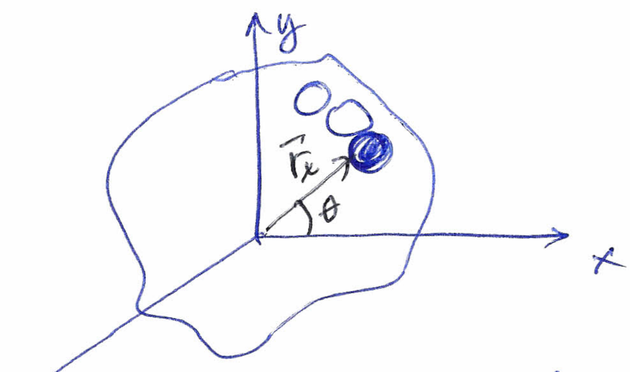
$a \longleftrightarrow \alpha$

(T) (R)

Energia în mişcarea de rotaţie

Considerăm un corp rigid de masă M care se roteşte cu ω în jurul axei Oz. Presupunem că acesta este compus din mase elementare m_i ⇒

$$m = \sum_i m_i$$



ω - aceloși pt toate m_i

$$v_i = r_i \omega$$

$$E_{c_i} = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{m_i r_i^2 \omega}{2}$$

$$= \frac{\omega}{2} \underbrace{\sum_i m_i r_i^2}$$

$$\boxed{I = \sum_i m_i r_i^2}$$

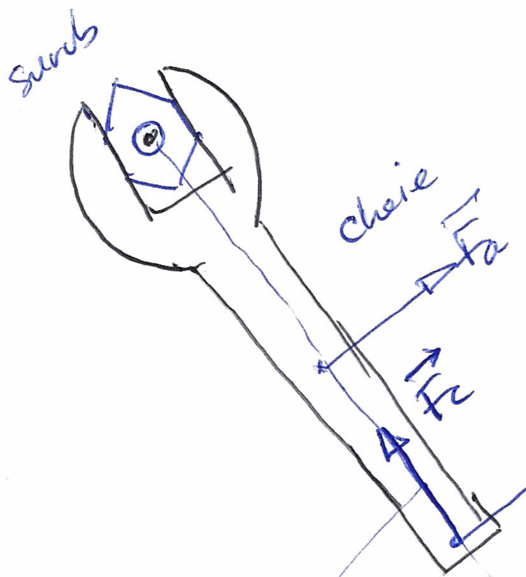
moment de inerție

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

analogul masei în mișcarea de translație

(vezi analogia cu $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ în translație)

Momentul forței (cuplu) → analogul forței din mișcarea de translație



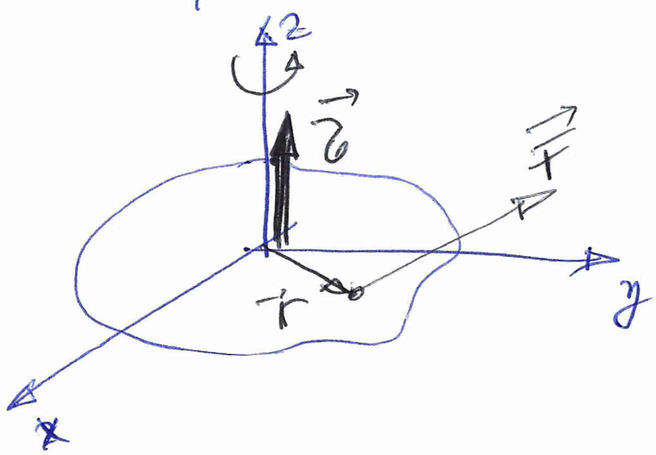
forța mai de aproape de axa de rotație (efect scăzut)

forța mai departe de axa ⇒ efect superior

forța înspre axa de rotație ⇒ efect nul

Cuplul (momentul forței) descrie eficacitatea / efectul forței vis-a-vis de rotație

Definiție



$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

produs vectorial.
vezi regula mâinii drepte / burghiu drept

Cuplu și accelerație unghiulară

cauză — efect

$$\boxed{\sum \vec{\tau}_i = \dot{I}\alpha}$$

echivalentul rotațional al principiului II.

Se pot defini, analog translației, toate mărimile de tip: Energie, Putere, ... Lucru mecanic urmând analogia

Lucru mecanic în rotație:

$$W = \tau \Delta\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta$$

Teorema conservării energiei cinetice:

$$W = \Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1} = \frac{1}{2} I\omega_1^2 - \frac{1}{2} I\omega_2^2$$

Puterea

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\tau \, d\theta) = \tau\omega$$

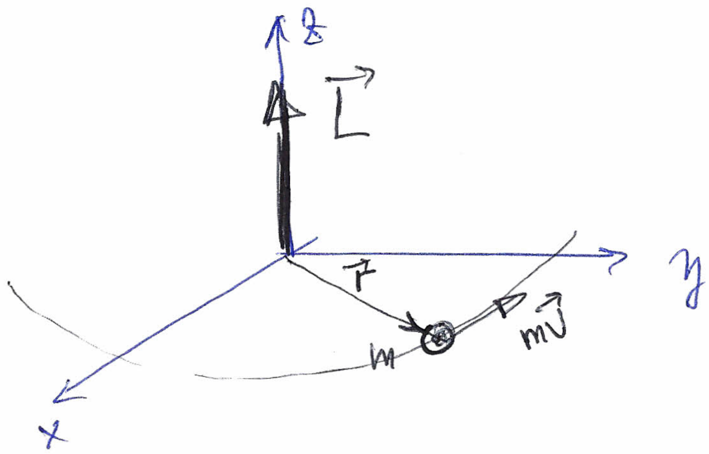
analog F — analog v translație

Moment cinetic

→ analogul impulsului în mișcarea de translație

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Momentul cinetic în mișcarea de rotație



$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}}$$

$$\boxed{L = I\omega}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v}) = \cancel{\underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v}}_{\vec{v} \times m\vec{v} = 0}} + \vec{r} \times \left(\frac{d}{dt}(m\vec{v})\right)$$

$$= \vec{r} \times \underbrace{m\frac{d\vec{v}}{dt}}_{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau}$$

⇒ Formularea principiului II al dinamicii în cazul rotației

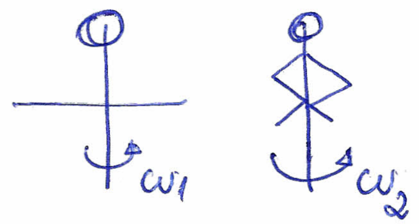
$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} = \sum \vec{\tau}_i}$$

Conservarea momentului cinetic

Dacă $\sum \vec{\tau}_i = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = ct.$

dacă suma cuplurilor este nulă, momentul cinetic se conservă.

Exemplu: Patinator care se roteste cu mâinile intinse/apropiate fata de corp



$L = ct \Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

$\Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \frac{I_1}{I_2}$ $\quad I_1 > I_2$

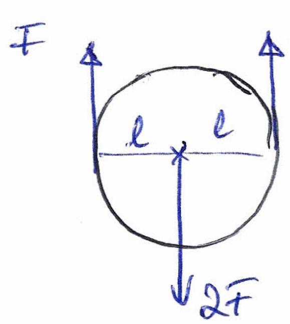
$\Rightarrow \omega_2 > \omega_1$ viteza unghiulară crește dacă apropie brațele

Condiții generale de echilibru (translație + rotație)

(1) $\sum \vec{F_i} = 0$ translație

(2) $\sum \vec{\tau_i} = 0$ rotație

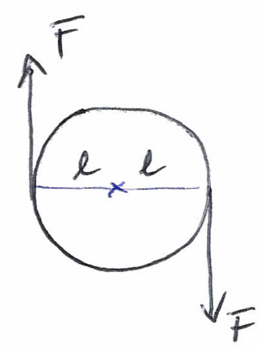
Ambele trebuie să fie îndeplinite pt. echilibru static (transl + rot).



$\sum F = F + F - 2F = 0$

$\sum \tau_i = Fl - Fl = 0$

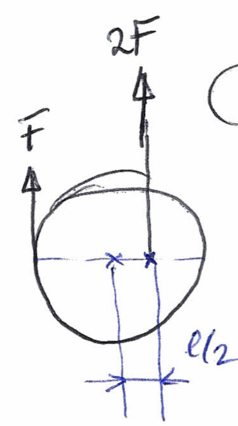
ech. trans + rot



$\sum F = 0$

$\sum \tau = Fl + Fl = 2Fl > 0$

ech. trans dar nu rotatie



$\sum F = F + 2F = 3F > 0$

$\sum \tau = Fl - 2F\frac{l}{2} = 0$

ech. rotatie dar nu translatie.