MAGNETISM

La electricitate am văzut că interacțiunea electrostatică are loc în două etape:

(1) o sarcină electrică produce în spațiul din jurul ei un câmp electric

(2) o a doua sarcină aflată în proximitate interacționează cu acest câmp

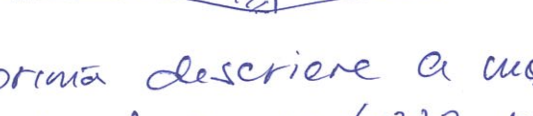
Originea magnetismului este interacțiunea dintre sarcini electrice în mișcare. Spre deosebire de forțele electrice care acționează asupra sarcinilor atât în repaus cât și în mișcare, forțele magnetice acționează doar asupra sarcinilor în mișcare. Forțele sau interacțiunile magnetice pot fi la rândul lor înțelese în două etape:

(1) o sarcină sau colecție de sarcini în mișcare (curent electric) produce un câmp magnetic

(2) o altă sarcină în mișcare sau curent electric interacționează cu acest câmp simțind o forță magnetică.

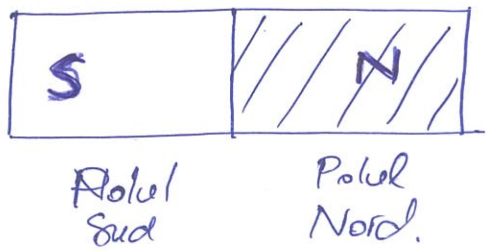
[1] Magnetism. Câmp magnetic

Fenomenele magnetice au fost observate încă acum 2500 ani în Magnesia (Turcia): fragmente de fier magnetizat (MAGNEȚI PERMANENȚI) se atrag sau se resping reciproc. Un alt exemplu de magnet permanent este busola:



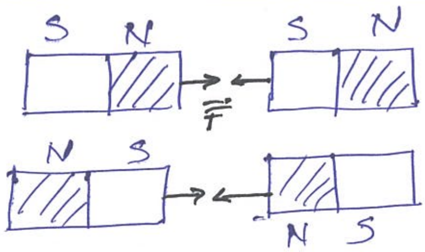
O primă descriere a magneților și interacțiunilor dintre aceștia se face pe baza noțiunii de POLI MAGNETICI

MAGNET

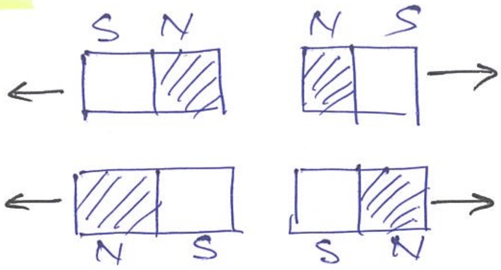


= 2 POLI { Nord, Sud }

Interacțiuni magnetice între poli

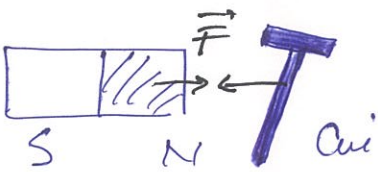


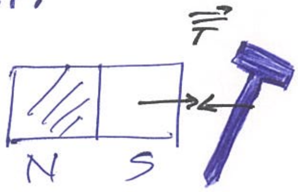
Polii opuși se atrag



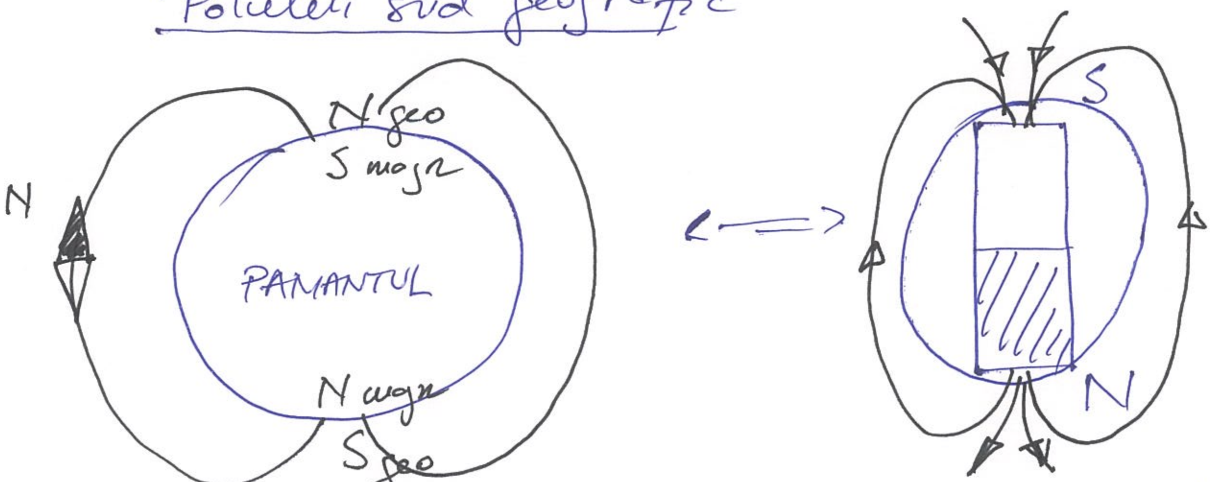
Polii identici se resping

Un obiect care conține fier (Fe), inițial nemagnetic, este întotdeauna atras de către un magnet. Acest tip de comportament definește materialele feromagnetice după cum o să vedem cursul următor.





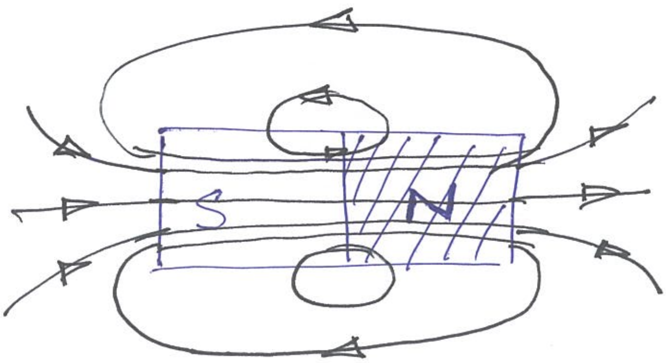
Pământul însuși este un magnet uriaș. Nordul geografic corespunde polului sud magnetic și reciproc, polul nord magnetic se află în vecinătatea polului sud geografic.



Se presupune că originea câmpului magnetic terestru este legată de curenți de sarcină electrică în mantaua lichidă a Pământului.

Linii de câmp magnetic

- ies din Nord
- intră în Sud
- se continuă în interiorul magnetului

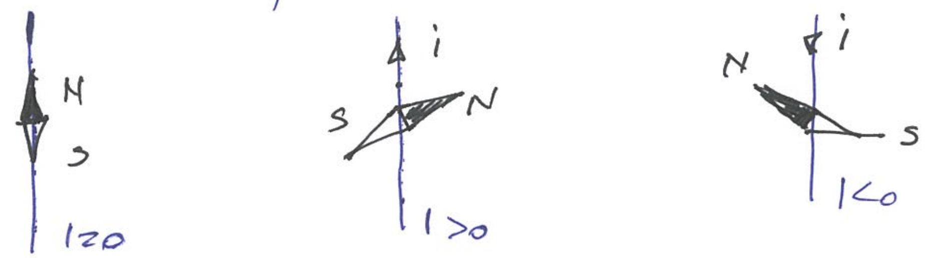


Observații

→ cu privire la sarcini electrice, pot exista atât sarcini pozitive (+) cât și negative (−) izolate.

→ polii magnetici nu pot exista separați. => Monopolii magnetici (echivalentul sarcinilor electrice) nu există. Oricâte ori fragmentăm un magnet în două în vederea separării polilor, se formează un nou magnet cu poli N și S.

Prima evidență experimentală a relației dintre magnetism și mișcarea sarcinilor electrice (curent electric) a fost adusă de către fizicianul danez H.C. Oersted care a observat interacțiunea dintre acul unei busole și un fir parcurs de curent electric. Experimente similare au fost efectuate ulterior de către Ampère.



Istoric, Michael Faraday (UK) și Joseph Henry (USA) au descoperit că mișcarea unui magnet în vecinătatea unui circuit electric (buclă de curent) conduce la apariția în circuit a unui curent (indus).

CAMP MAGNETIC $\vec{B}$

(1) O sarcină electrică în mișcare sau un curent electric produce un câmp magnetic $\vec{B}$ (în plus față de câmpul electric)

(2) acest câmp magnetic va exercita o forță $\vec{F_m}$ asupra oricărei alte sarcini sau curent electric care se află în acel câmp.

$\vec{B}$ = câmp magnetic (analog câmpului electric $\vec{E}$ produs de o sarcină statică).

2 Forța magnetică asupra sarcinilor în mișcare (Forța Lorentz)

Considerând o sarcină q care intră în câmpul magnetic $\vec{B}$ cu viteza $\vec{v}$, forța Lorentz se scrie:

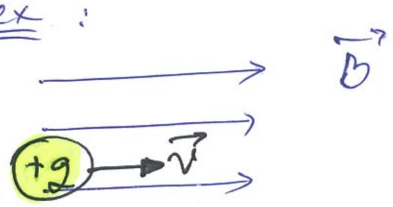
$$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}}$$

→ <u>modul</u> : $F = q\,v\,B\sin\alpha$; $\alpha = \measuredangle(\vec{v}, \vec{B})$

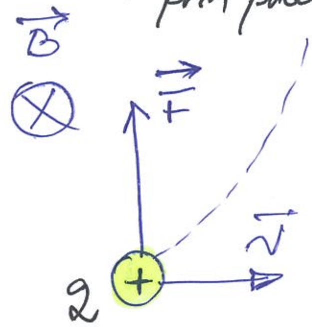
→ <u>direcția</u> : $q>0$ se aplică regula mâinii drepte sau a burghiului drept (pt produsul vectorial)

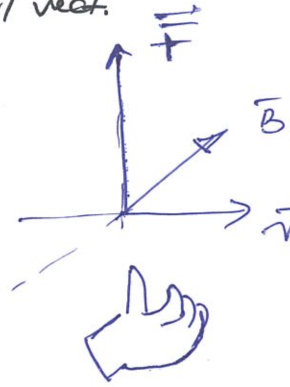
dacă $q<0$; orientarea forței este inversă celei dedusă prin produsul vect.

ex :



$\vec{F}_m = 0 \quad (\vec{v} \parallel \vec{B})$





Dacă $\vec{v} \perp \vec{B}$ o forță netă F_m de tip centripet apare producând o mișcare pe o traiectorie circulară

$$[B]_{SI} = \frac{[F]_{SI}}{[q]_{SI}\,[v]_{SI}} = \frac{N}{\underbrace{C}_{A \cdot s}\,\frac{m}{s}} = \frac{N}{Am} = 1\,T \quad (\text{Tesla})$$

Nikola Tesla 1856–1943

unități derivate: $1\ \text{Gauss} = 10^{-4}\,T$

câmpul magnetic terestru $B \simeq 10^{-4}\,T \simeq 1$ Gauss

$B = 45\,T$ = câmpul magnetic maxim produs în laboratoare în mod continuu

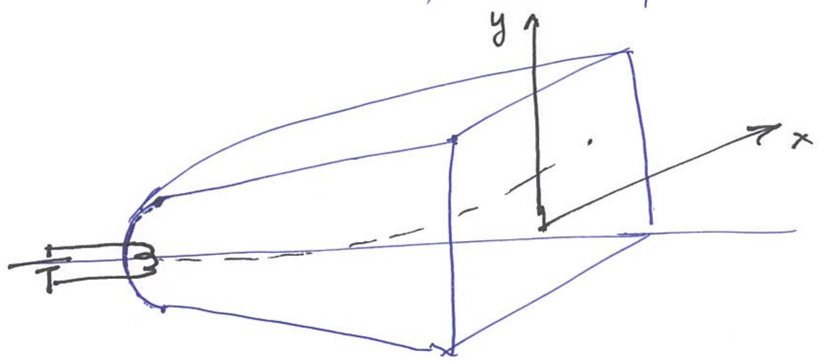
$120\,T$ = câmp magnetic maxim care poate fi produs în pulsuri (USA).

Obs: Când o particulă încărcată electrostatic intră într-o zonă din spațiu în care coexistă $\vec{E}$ și $\vec{B}$, aceste câmpuri vor exercita o forță $\Rightarrow$

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$$

rol de accelerare — rol de deflecție a traiectoriei

ex: tuburile catodice, osciloscopul catodic



Mai multe detalii, vezi seminar.

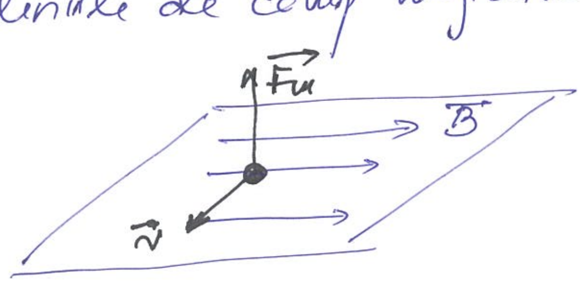
3 Linii de câmp magnetic. Flux magnetic. Teorema lui Gauss pt. câmpul magnetic

→ analog câmpului electric, putem defini linii care să fie în orice punct tangente câmpului magnetic $\vec{B}$

→ aceste linii nu se intersectează niciodată

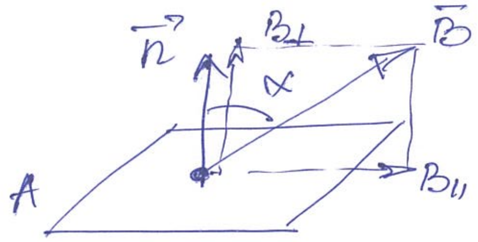
→ când liniile de câmp sunt apropiate $\Rightarrow$ $\vec{B}$ intens
distanțate $\Rightarrow$ $\vec{B}$ slab

→ Spre deosebire de câmpul electric $\vec{E}$ unde liniile de câmp sunt linii de forță ($\vec{F} = q\vec{E} \parallel \vec{E}$), aici liniile de câmp magnetic NU sunt linii de forță ($\vec{F_m} \perp \vec{B}$)



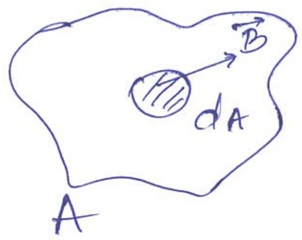
$$\vec{F_m} = q\vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{B}$$

Flux magnetic



$$\Phi_B = B_\perp A = \vec{B}\cdot\vec{A}$$
$$= BA\cos\alpha$$

Generalizând pentru un flux printr-o supr. oarecare



$$\boxed{\Phi_B = \oint\!\!\oint_A \vec{B}\cdot d\vec{A}}$$

$$[\Phi]_{SI} = 1T\cdot 1m^2 = Wb \quad \text{(Weber)}$$

Legea lui Gauss pt magnetism

In electricitate am văzut că o sarcină electrică (sau distribuție de sarcini incluse într-o suprafață A gaussiană) produc un câmp electric $\vec{E}$ conform legii lui Gauss:

$$\oint\!\!\oint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{incl}}{\varepsilon_0}$$

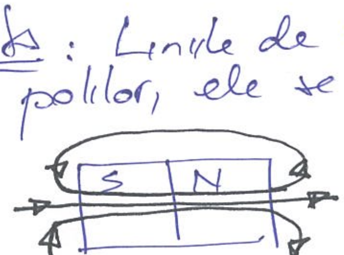
Dacă suprafața gaussiană conține un dipol ($q_+ = q_-$) $\Rightarrow$ $Q_{incl} = 0$. $\Rightarrow$ $\oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = 0$.

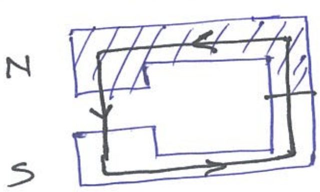
Prin analogie, în cazul magneților care există doar sub formă de dipoli (N – S) $\Rightarrow$

$$\boxed{\oint\!\!\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0}$$

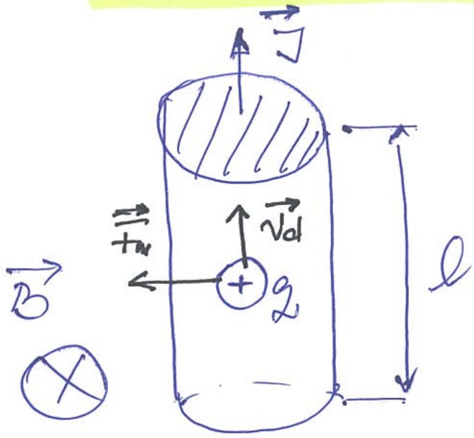
Această lege ne spune faptul că nu există monopoli magnetici (poli N sau S izolați).

Obs: Liniile de câmp magnetic nu se termină la suprafața polilor, ele se continuă în interiorul magnetului





4 Forța magnetică asupra unui conductor



Asupra fiecărei sarcini q acționează forța Lorentz:

$$\vec{F_m} = q\vec{v_d} \times \vec{B}$$

viteza de drift

dacă $\vec{v_d} \perp \vec{B} \Rightarrow F_m = q v_d B$

Forța resultantă, dacă considerăm totalitatea sarcinilor cuprinse într-un volum lA dacă densitatea de sarcină este n

$$F = nAlqv_dB = (nqv_dA)lB = IlB$$

$$\Rightarrow \boxed{F = BIl}$$

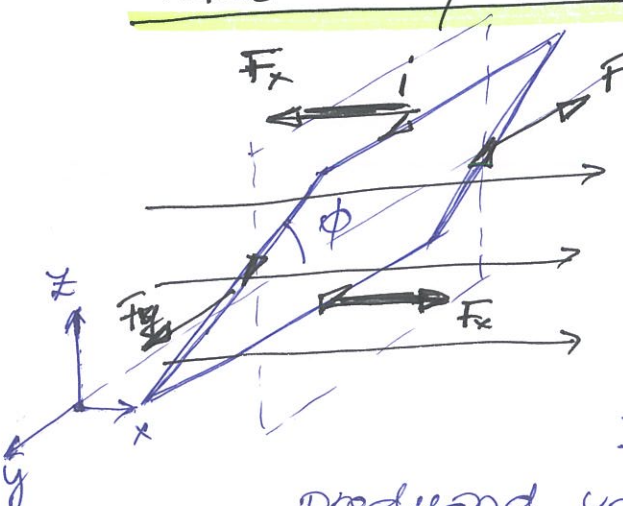
Dacă $\vec{B}$ nu este $\perp$ pe fir ci face un unghi ϕ

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}}$$

Dacă conductorul nu este drept, se poate diviza în elemente dl infinitezimale

$\Rightarrow d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ și apoi, forța totală se calculează prin integrare.

Forța și cuplul asupra unei bucle de curent



$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow$

$\vec{l} \parallel \vec{B}$ $\quad F = 0$

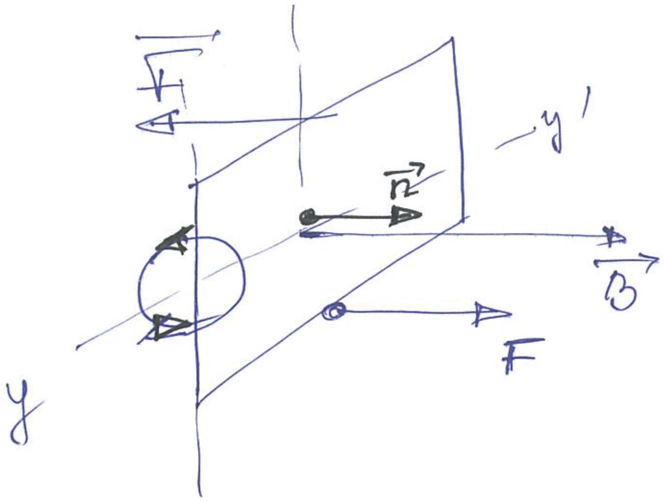
$\vec{l} \perp \vec{B}$ $\quad F \neq 0$

$0 < \phi < \pi$ $\quad F > 0$

$\pi < \phi < 2\pi$ $\quad F < 0$

Forțele acționează în perechi producând un cuplu total diferit de zero:

ex: cuplu de rotație în jurul axei yy'.



$\phi = 0^\circ$ (cuplu maxim)
$\vec{B} \perp$ suprafața buclei
$(\vec{B} \parallel \vec{n})$

$\phi = 90^\circ$ (cuplu minim)
$(\vec{B} \perp \vec{n})$

Cuplul: $\boxed{\tau = IBA \sin\phi}$ $\quad \phi = \angle(\vec{B}, \vec{n})$

$$\boxed{\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

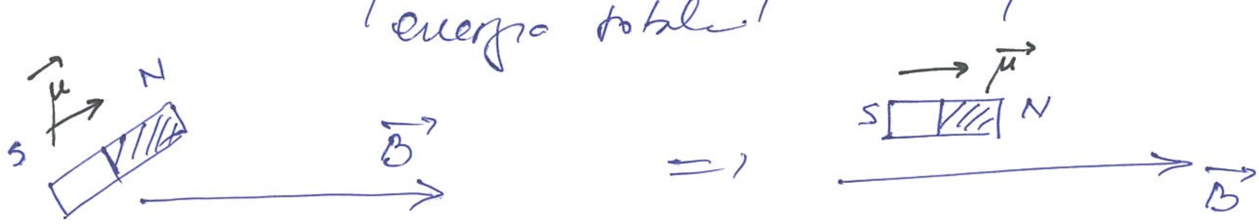
$\boxed{\vec{\mu} = I\vec{A}}$ = moment magnetic dipolar

Energia potențială a unui dipol magnetic:

$$\boxed{E_p = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = -\mu B \cos\phi}$$

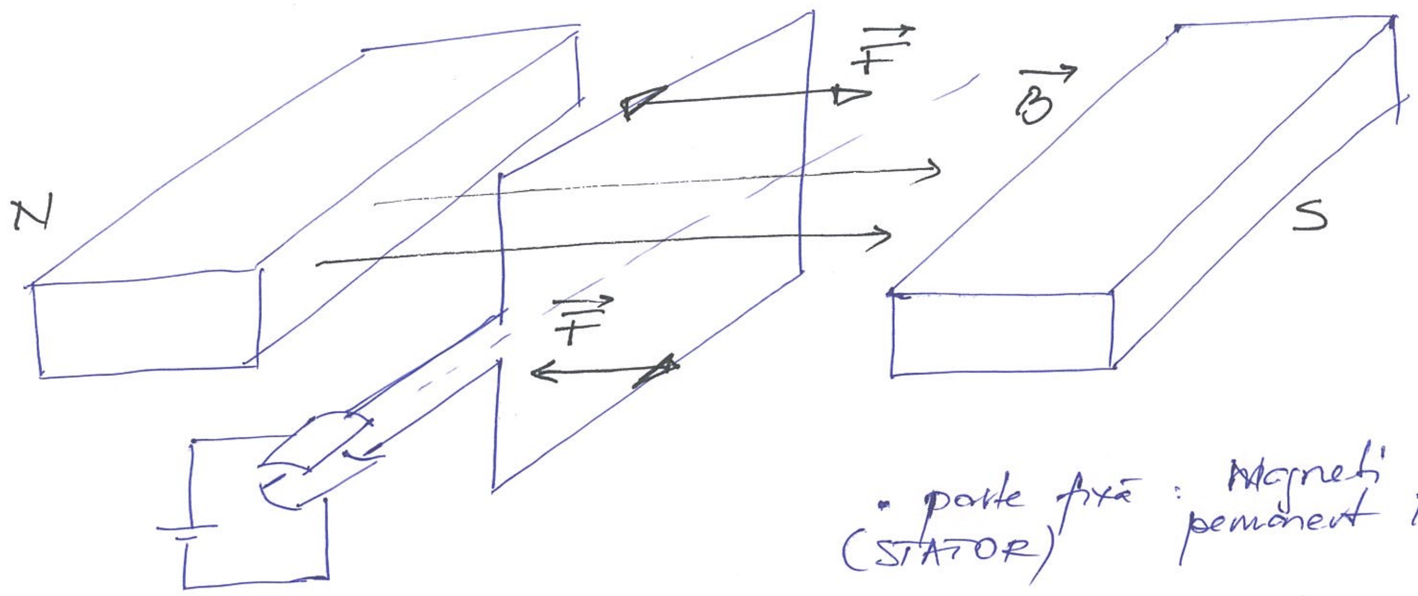
este minimă când $\cos\phi = 1 \Rightarrow \phi = 0$ (max negativ) adică $\vec{\mu} \parallel \vec{B}$

$\Rightarrow$ dipolul magnetic se va orienta întotdeauna pe direcția câmpului $\vec{B}$ pt a minimiza energia totală.



Această proprietate o vom folosi în explicarea proprietăților magnetice ale materiei (vezi curs următor).

Aplicație: Motorul de curent continuu.

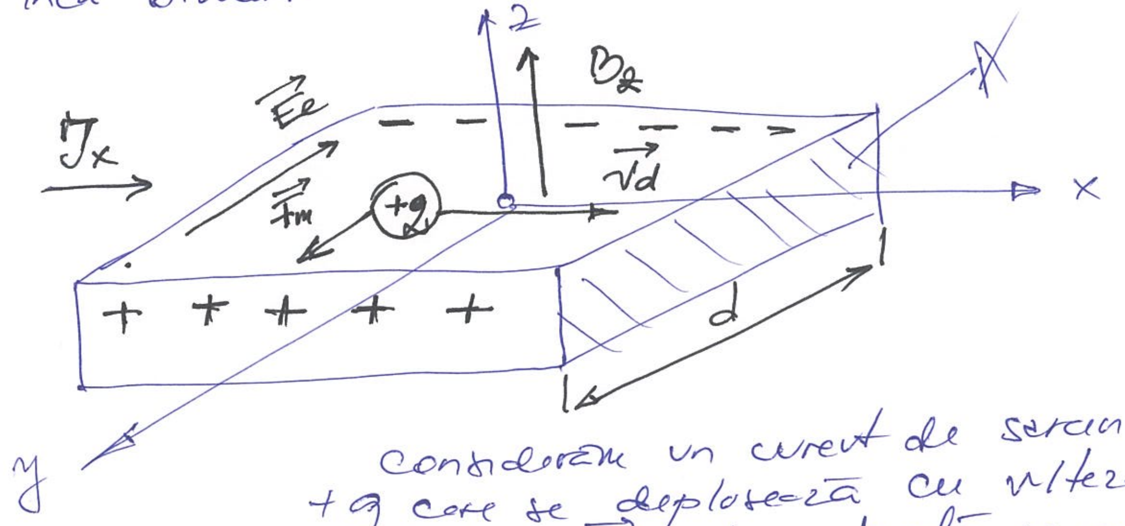


- parte fixă (STATOR) : Magneți permanent N–S
- parte mobilă : rotor

Cuplu: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \Rightarrow$ rotație

5 Efectul Hall

→ descoperit de către Edwin Hall (1879) pe vremea în care era încă student



Considerăm un curent de sarcini pozitive $+q$ care se deplasează cu viteza de drift $\vec{v_d}$ într-o bandă pe care un câmp magnetic $\vec{B}$ este perpendicular.

Asupra sarcinilor va acționa forța Lorentz $\vec{F_m}$ care va conduce la o acumulare de sarcini pozitive pe o extremitate a benzii, respectiv negative pe cealaltă. Prin urmare, va apărea un câmp electric E_e al cărui efect va fi o forță electrică $F_e = qE_e$ care la echilibru va compensa forța magnetică F_m.

$$\Rightarrow F_m = q v_d B = F_e = q E$$

$$\text{dar } J_x = n q v_d \Rightarrow v_d = \frac{J_x}{n q}$$

$$\Rightarrow \cancel{q} \frac{J_x}{n \cancel{q}} B = q E = q \frac{U_H}{d}.$$

Câmpul electric E se traduce printr-o tensiune transversală $U_H = E d$ care poate fi măsurată experimental cu un voltmetru.

$$\Rightarrow \boxed{U_H = \frac{J_x B d}{n q}}$$

obs: • Dacă se cunoaște $J_x = \frac{I}{A}$, relația de mai sus demonstrează o proporționalitate între U_H și B $\Rightarrow$ sonda Hall = senzor de câmp magnetic

$$U_H = a B$$

a ← rezultă din calibrare.

• Măsurătorile de tip efect Hall se pot utiliza pt a determina concentrația n și tipul sarcinilor electrice (polaritatea) într-un conductor, izolator, ...

→ Semnul sarcinii este dat de polaritatea tensiunii Hall (prin sensul forței Lorentz)

→ ~~[illegible]~~

$$\boxed{n q = -\frac{J_x B_z d}{U_H}}$$

vezi figura, semnul (−) vine de la la sensul $\vec{E}$ pt sarcini pozitive de-a lungul axei $-y$.

obs: în metale $q < 0$ (electroni)

în semiconductori $q > 0$ (goluri) sau ($q < 0$) electroni, iar n este în metale 3 ordine de mărime mai mare decât în semiconductori.

→ In materiale magnetice $U_{Hall} \simeq 10$ ori mai mare decât în metale normale. Efectul se numește efect Hall anormal sau extraordinar și are ca și origine atât mecanisme intrinseci (legate de structura electronică a materialului) cât și extrinseci, legate de fenomene de împrăștiere a electronilor în propagarea lor.

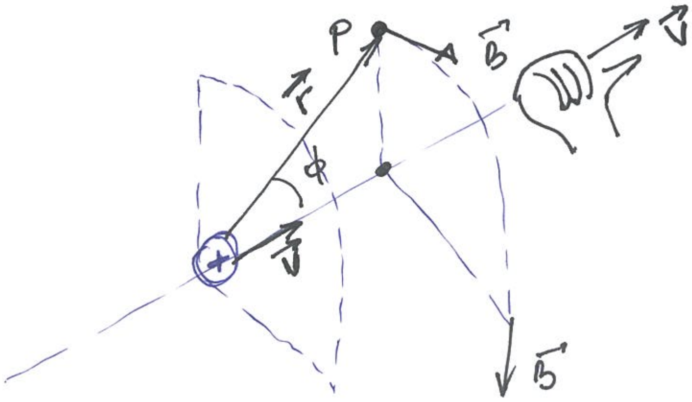
PRODUCEREA CÂMPULUI MAGNETIC

Până aici am studiat forțele de interacțiune dintre sarcini electrice în mișcare sau curenți electrici și câmpul magnetic. Întrebarea care a rămas deschisă este legată de cum a fost produs câmpul magnetic?

Am aflat faptul că acesta este produs de către sarcini electrice în mișcare, (sau curenți electrici). Vom introduce o teoremă (Ampère) care va permite calculul $\vec{B}$ produs de curenți electrici în mod analog cum în electrostatică folosim teorema lui Gauss pt calculul câmpului electric.

1 Legea Biot-Savart

Ne propunem întâi să cuantificăm câmpul magnetic $\vec{B}$ produs de o sarcină q care se mișcă cu viteza constantă $\vec{v}$. Apoi, vom extinde această analiză în cazul unui curent = ansamblu de sarcini nq (n = densitate volumică de sarcină)



Experimental se observă că
$$B \sim |q| \quad \text{și} \quad B \sim \frac{1}{r^2}$$
Ca și în cazul câmpului electric însă $\vec{B}$ este perpendicular pe planul care conține $\vec{r}$ și $\vec{v}$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} |q| \frac{v \sin\phi}{r^2}}$$

constantă de proporționalitate

vectorial:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} |q| \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \qquad \boxed{\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}}$$

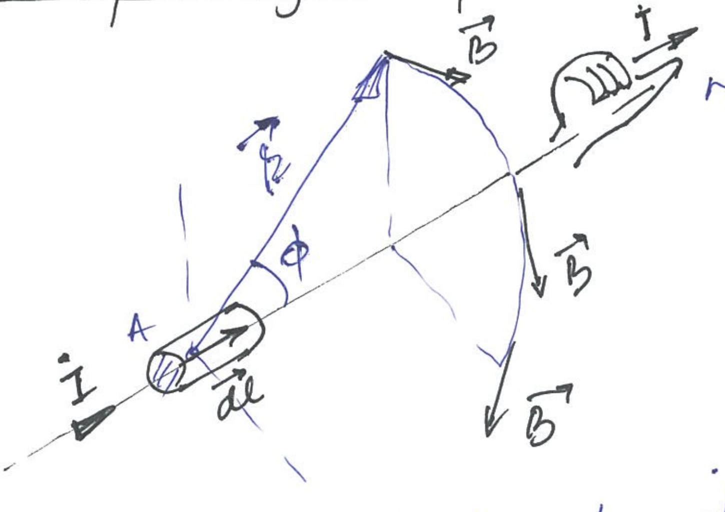
în SI: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N s^2}{C^2} = 4\pi \cdot 10^{-7}\, Wb/Am = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T\,m}{A}$

permitivitatea absolută a vidului

La unde electromagnetice o să vedem că

$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$ viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid.

Câmpul magnetic produs de un curent electric



regula mâinii drepte indică sensul lui $\vec{B}(\vec{r})$

$\vec{v} \to \vec{v_d}$ sarcinile în conductor se deplasează cu viteză de drift $\vec{v_d}$

În elementul de volum $dl\,A$ se găsesc $n\,dl\,A\,q$ sarcini care vor produce în punctul $P(\vec{r})$ un câmp:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n |q| A\, dl\, v_d \sin\phi}{r^2} \qquad \text{dar} \quad \frac{I}{A} = n q v_d$$

$$\Rightarrow \boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, dl \sin\phi}{r^2}} \qquad \text{legea Biot-Savart}$$

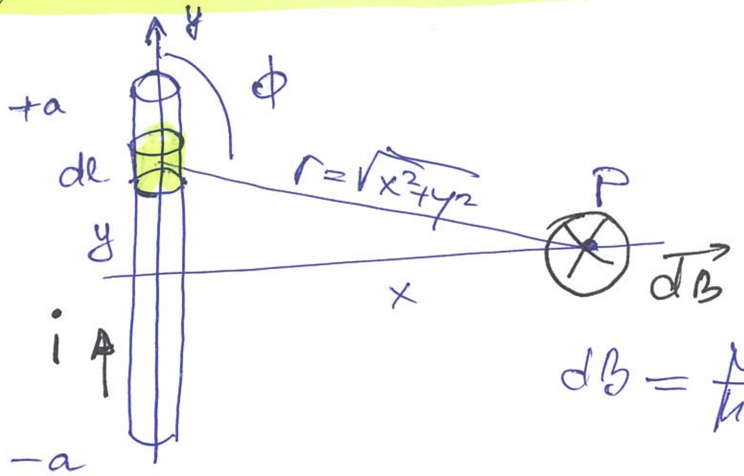
vectorial $\boxed{\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}}$ $\qquad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

Exemple

Legea Biot - Savart permite calculul câmpului magnetic produs de un curent în funcție de geometria conductorului care poartă curentul

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{i\, \vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}$$ integrând pe toată lungimea circuitului

a) conductor liniar finit



$dl = dy$

$\sin\phi = \sin(\pi - \phi) =$

$= \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dy}{r^2} \sin\phi$$

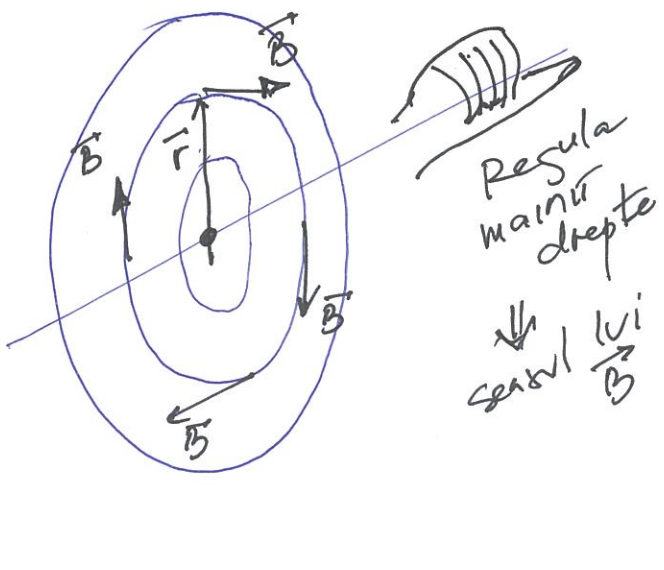
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{x\, dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

când $2a \gg x$ (fir infinit)

$\sqrt{x^2+a^2} \simeq a$ (neglijam x în raport cu a)

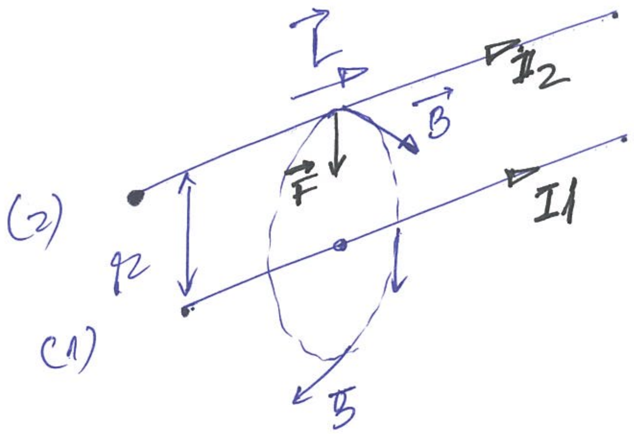
$$\Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}}$$

liniile de câmp magnetic înconjoară curentul care acționează ca și sursa de câmp



Forța de interacțiune dintre 2 conductori paraleli

→ considerăm 2 conductori separați de distanța $\vec{r}$ care transportă curenții I_1 respectiv I_2. Conductorul I_1 (1) produce în zona conductorului (2) I_2 un câmp magnetic



$$B_1(r) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

Acest câmp va interacționa cu curentul I_2:

$$\Rightarrow \vec{F} = I_2 \vec{L} \times \vec{B} \quad ; \text{dacă } \vec{L} \perp \vec{B}$$

$$\Rightarrow F = \frac{I_2 I_1}{2\pi r}\frac{\mu_0}{L} \Rightarrow \boxed{\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}} \quad (*)$$

Obs 1: Dacă I_1 și I_2 sunt paraleli $\Rightarrow$ $\vec{F}$ orientată în jos (regula mâinii drepte)

$\Rightarrow$ ATRACȚIE

I_1 și I_2 sunt opuși $\Rightarrow$ $\vec{F}$ orientat în sus

$\Rightarrow$ RESPINGERE

Obs 2 Interacțiunea dintre 2 linii conductoare reprezintă baza definiției oficiale a Amperului.

(*) $\Rightarrow$ Amperul reprezintă intensitatea unui curent electric static care circulând în două fire conductoare paralele infinite separate de o distanță de 1 m în vid produce o forță de interacțiune de $2 \cdot 10^{-7}$ N pe metru liniar de lungime

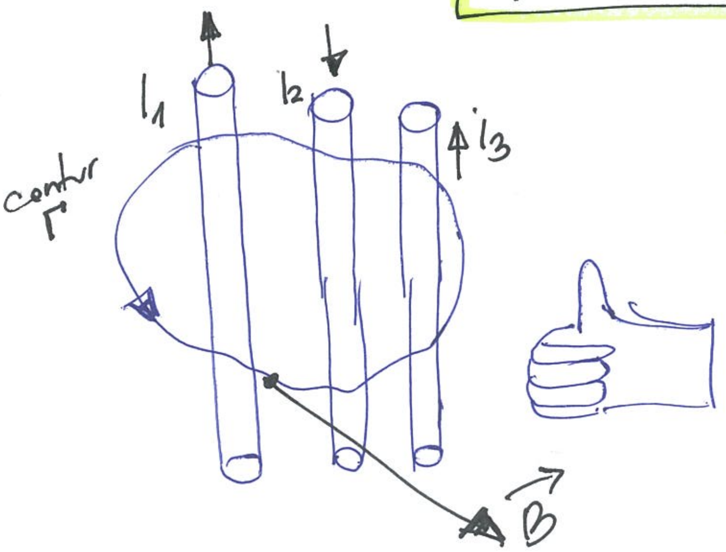
2 Legea lui Ampère

Folosind legea Biot-Savart, prin integrare se poate calcula câmpul magnetic în funcție de geometria conductorului. Am văzut în cazul câmpului electric faptul că folosind proprietăți de simetrie prin utilizarea teoremei lui Gauss: $\oiint \vec{E}\cdot d\vec{A} = q_{ind}/\varepsilon_0$ s-a putut calcula câmpul electric generat de o distribuție de sarcină q_{ind} inclusă într-o suprafață Gaussiană dată. Pentru câmpul magnetic, teorema lui Gauss $\oiint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$ nu poate fi utilizată pentru calculul $\vec{B}$ întrucât integrala este zero chiar dacă suprafața Gaussiană include curenți electrici ca și sursă de câmp. În locul acestei legi se introduce pentru calculul câmpului magnetic o altă teoremă: Legea lui Ampère formulată în termenii circulației (integralei de contur) a lui $\vec{B}$ pe un contur închis:

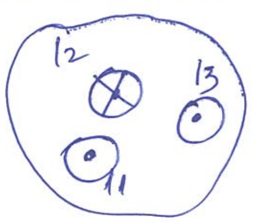
$$\boxed{\oint_{\Gamma} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{inclus}}$$

suma algebrică a curenților incluși în contur

Legea lui Ampere



vedere de sus:



$I_{ind} = I_1 - I_2 + I_3$

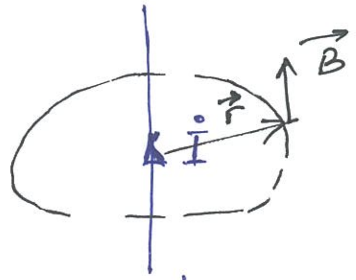
Regula mâinii drepte:

Se alege un sens al buclei $\vec{dl}$. Degetul mare indică direcția curentului pozitiv care produce câmpul $\vec{B}$ cu orientarea din figură

Legea lui Ampère reprezintă o unealtă elegantă pentru calculul câmpului magnetic.

Exemple :

① conductor filiform infinit



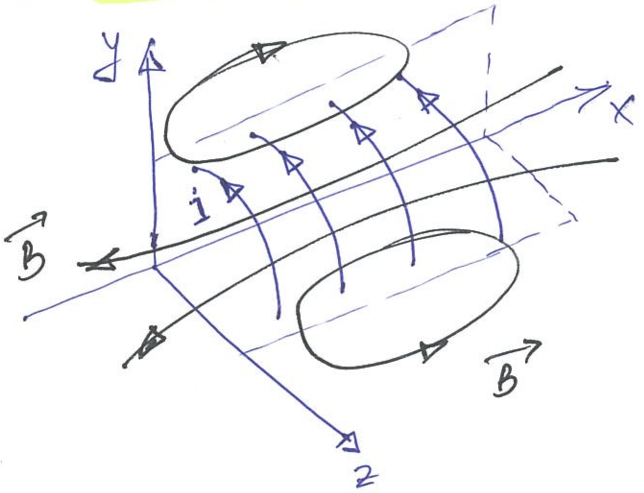
conturul include curentul I

Alegem un contur circular de rază R și aplicăm teorema lui Ampère:

$$\oint \vec B\cdot \vec{dl} = B\oint dl = B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

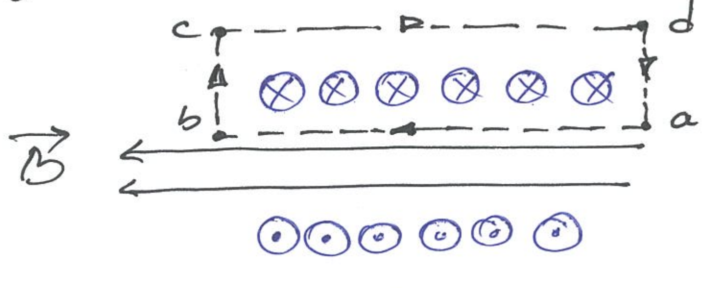
$$\Rightarrow \boxed{B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$$

② Solenoid   n spire / unitatea de lungime L



Presupunem că în interiorul solenoidului $\vec B$ este constant și zero în exterior

În secțiune transversală:



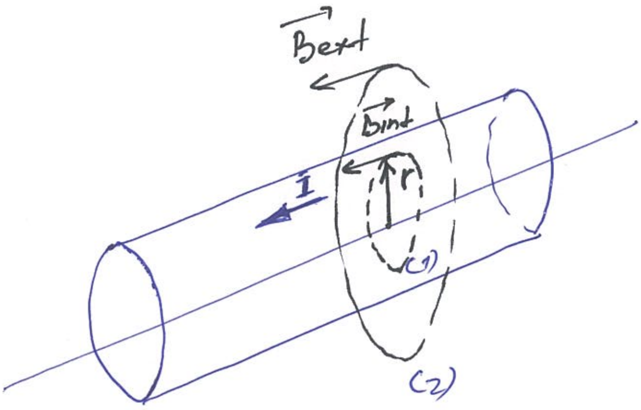
Alegem un contur rectangular abcd și un sens de parcurgere

$$\oint \vec B\cdot\vec{dl} = \int_a^b \vec B\cdot \vec{dl} + \underbrace{\int_b^c \vec B\cdot\vec{dl}}_{=0\ (\vec B\perp \vec{dl})} + \underbrace{\int_c^d \vec B\cdot\vec{dl}}_{0\ (\vec B_{ext}=0)} + \underbrace{\int_d^a \vec B\cdot\vec{dl}}_{0\ (\vec B\perp \vec{dl})} \Rightarrow$$

$$\oint \vec B\,\vec{dl} = \int_a^b \vec B\,\vec{dl} = BL \underset{\text{Ampère}}{=} \frac{\mu_0 I n l}{4\pi}$$

$$\dot I_{incl} = \underset{\text{nr de spire}}{N}\dot I = nL\dot I \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 \frac{N i}{L}} = \mu_0 n \dot I$$

③ Conductor infinit de rază R



Două situații sunt distincte:

$r < R \Rightarrow B_{int}$

$r > R \Rightarrow B_{ext}$

Se aleg două contururi circulare

(1) $r < R$

(2) $r > R$

(1) $\underline{r < R}$ conturul (1) include curentul:

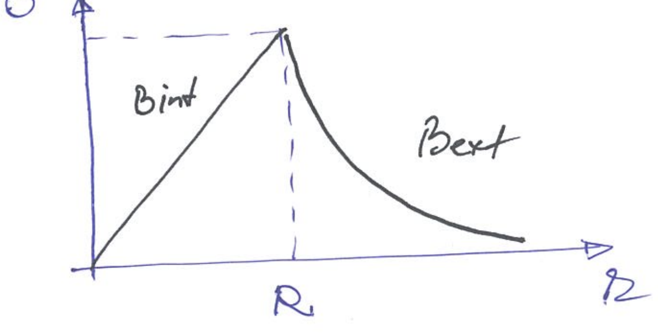
$$I_{incl} = J \cdot \pi r^2 = \frac{i}{\pi R^2}\pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}$$

T. Ampère $\Rightarrow \oint \vec B d\vec l = B_{int} \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I r^2}{R^2}$

$$\Rightarrow \boxed{B_{int}(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{r}{R^2}}$$

(2) $\underline{r > R}$ Conturul (2) include în totalitate curentul I ca și cum conductorul ar fi filiform:

$$\Rightarrow B_{ext} \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \Rightarrow \boxed{B_{ext}(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$

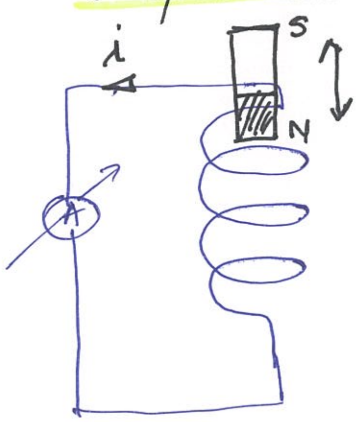


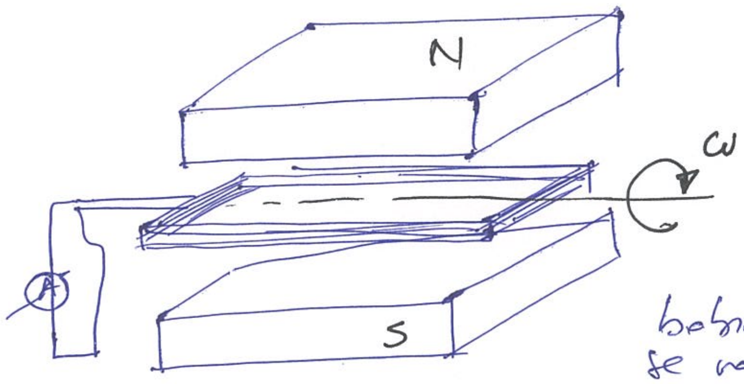
INDUCȚIA ELECTROMAGNETICĂ

Dacă într-un circuit electric câmpul magnetic, și în consecință fluxul magnetic, variază în acel circuit se va induce o tensiune electromotoare și un curent electric. Fenomenul se numește inducție electromagnetică și este descrisă de către legea lui Faraday. Direcția curentului indus va fi dată de către Legea lui Lenz. Pe fenomenul de inducție electromagn. se bazează funcționarea aparatelor de conversie a energiei cum ar fi motoare, generatoare, transformatoare, ...

Inducția electromagnetică ne spune de asemenea faptul că un câmp magnetic variabil în timp acționează ca și sursă de câmp electric. De asemenea, din considerente de simetrie, un câmp electric variabil în timp acționează ca și sursă de câmp magnetic. Aceasta reprezintă baza câmpului electromagnetic care va fi studiat în cursuri care urmează.

① Experimente de inducție. Legea lui Faraday



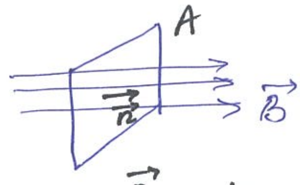


bobină care se rotește în câmp magnetic

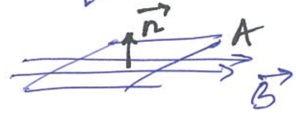
$\Rightarrow i$

În aceste experimente curentul apare prin (la) variația fluxului magnetic în circuit

$$\Phi_B = \oint\!\!\oint_A \vec{B}\cdot d\vec{A}$$



$\Phi_{max} = BA$



$\Phi = 0$

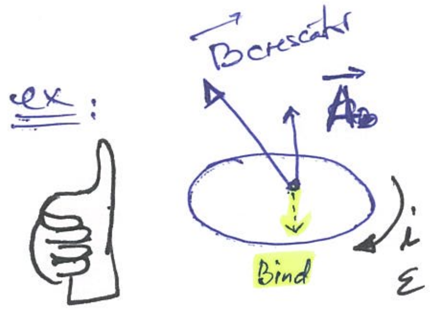
$$\boxed{\mathcal{E} = \oint_{\Gamma} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\oiint_{A} \vec{B}\cdot d\vec{A}}$$

A = suprafața A

Γ = conturul care închide suprafața A

semnul − semnifică faptul că ℰ ≡ tensiunea electromotoare indusă se opune variației fluxului <=> curentul indus va crea un câmp magnetic al cărui flux să se opună variației fluxului => **LENZ**

ex:

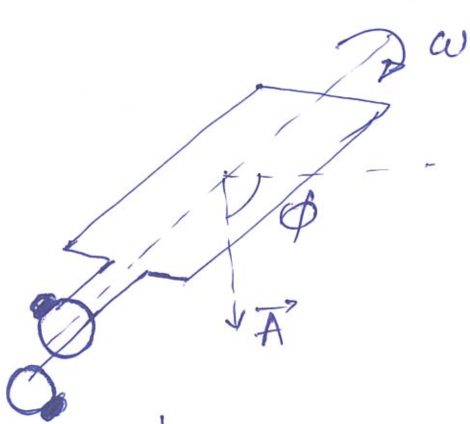


$\Phi_B = BA > 0$ $\quad \frac{d\Phi_B}{dt} > 0$ =>

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} < 0$$

De fapt i_{indus} va crea un B_{ind} care să se opună creșterii lui $\vec{B}_{crescător}$

- Alternatorul simplu

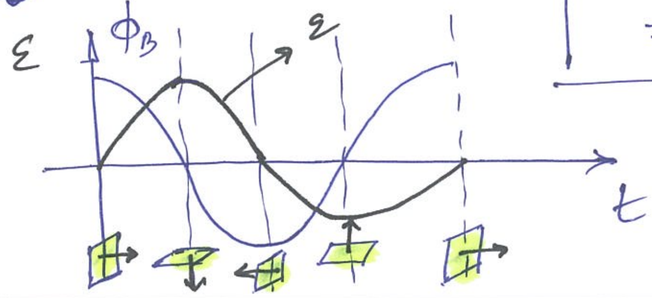


$$\phi = \omega t$$

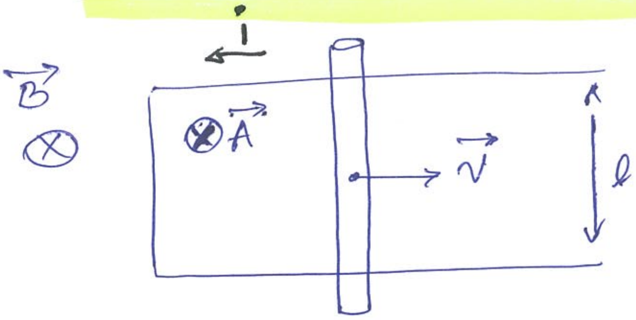
$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\phi$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\omega t)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{E} &= \omega BA \sin\omega t \\ &= \mathcal{E}_{max}\sin\omega t\end{aligned}}$$



- **Generatorul de curent continuu translațional**



$\vec{B} \parallel \vec{A}$ $\quad \Phi_B = BA$

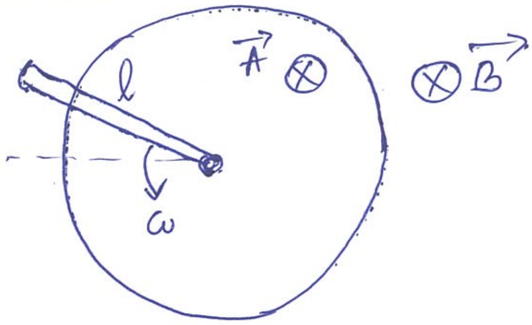
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B\frac{dA}{dt}$$

$$dA = v\,l\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = -Blv}$$

Dacă $v = ct \Rightarrow \mathcal{E} = ct$
$\Rightarrow$ generator de curent continuu.

Discul



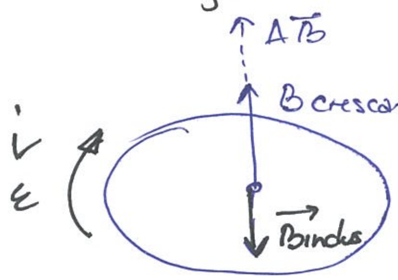
$$dA = \frac{l^2}{2}d\theta = \frac{l^2}{2}\omega\,dt$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -B\frac{dA}{dt} = -\frac{Bl^2}{2}\omega}$$

$\omega = ct \Rightarrow$ generator de curent continuu

Legea lui Lenz $\rightarrow$ sensul oricărui efect de inducție magnetică este cel de a se opune cauzei acelui efect

$\rightarrow$ este o consecință directă a conservării energiei.



---

② CÂMPUL ELECTRIC INDUS NON-CONSERVATIV – non-electrostatic

Legea lui Faraday implică generarea unei tensiuni $\mathcal{E}$ electromotoare $\Leftrightarrow$ $q\mathcal{E}$ = aport de energie potențială electrică într-un circuit închis

$\Leftrightarrow \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \mathcal{E} \neq 0$ $\Rightarrow$ generarea unui câmp electric $\vec{E}$ non-conservativ (integrala pe un contur închis este diferită de zero).

$\Rightarrow$ camp nonconservativ non-electrostatic

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\oiint \vec{B}\cdot\vec{dA}}$$

Am identificat o a doua sursă de camp electric posibilă:

$\Rightarrow \vec{E}$ poate fi produs de $\rightarrow$ sarcini electrice $\Rightarrow$ camp conservativ

$\rightarrow$ flux magnetic (camp magnetic variabil in timp $\Rightarrow$ camp non-conservativ

(3) Curenti de deplasare

Am văzut faptul că un camp magnetic variabil produce un camp electric non-electrostatic. Din considerente de simetrie, s-a constatat că la randul său, un câmp electric variabil poate produce un camp magnetic. Aceasta indică o sursă complementară a campului magnetic față de cea deja identificată legată de curentul electric (sarcina in miscare). Teorema lui Ampère trebuie astfel completată cu un termen suplimentar:

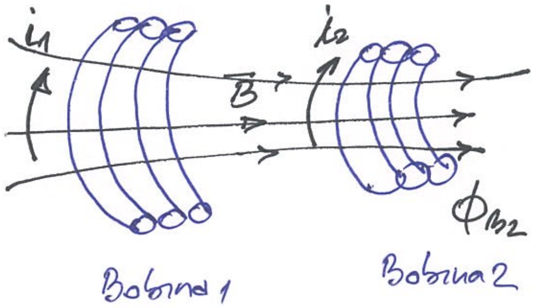
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 (i_{inc} + i_\Delta)$$

unde $\boxed{i_\Delta = \varepsilon \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon \oiint \vec{E}\cdot\vec{dA}}$

se numeste curent de deplasare.

4 Inductanța mutuală

Când două circuite electrice se află în proximitate, variația curentului electric într-un circuit produce un flux magnetic variabil în circuitul vecin ceea ce conduce la apariția unei tensiuni electromotoare induse și reciproc.



$$\mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = -M\frac{di_2}{dt}$$

M = inductanța mutuală

$$[M]_{SI} = H\ (\text{Henry}) = 1\frac{Wb}{A} = 1\frac{V\,s}{A} = 1\Omega\cdot s$$

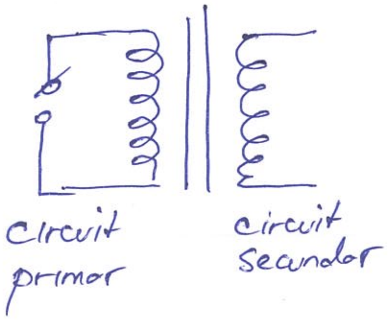
1 H = este o unitate de măsură mare a inductanței
se folosesc submultiplii pt valori tipice: mH, μH, ...

Dacă circuitele bobinelor conțin N_1 respectiv N_2 spire se poate scrie:

$$M = \frac{N_2\,\Phi_{B2}}{I_1} = \frac{N_1\,\Phi_{B1}}{I_2}$$

Aplicație: Transformatorul

Valoarea lui M depinde de geometrie



$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}}$$

(3) Auto-inductanța (inductanța proprie)

Un curent electric care variază într-un circuit electric determină apariția unei tensiuni electromotoare induse care să se opună (cf. Lenz) variației curentului. Inductanța L sau self-inductanța este o mărime a acestui efect și depinde atât de geometria circuitului cât și de materialele din jur.

$$\boxed{\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}}$$

Bobina → este o componentă de circuit cu două terminale și mai multe spire dintr-un conductor electric izolat

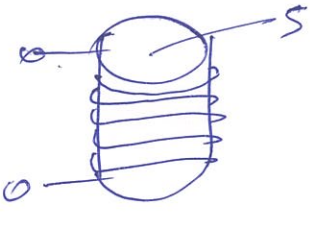
→ mărimea fizică caracteristică este inductanța electrică L

$$L = N\frac{\Phi_B}{i}$$

Φ_B = fluxul în fiecare spiră cauzat de curentul i

Reprezentare  L

În funcție de materialul din care este construită bobina avem:



$$\boxed{L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l}}$$

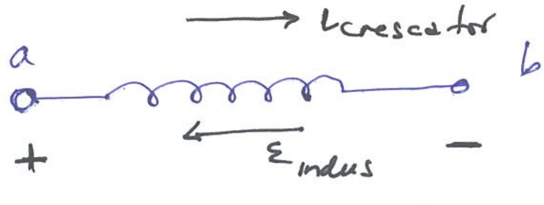
S = secțiunea transversală

l = lungimea bobinei

N = nr de spire

Rolul bobinei într-un circuit electric este de a se opune variației curentului în circuit ⟷ sursă de tensiune indusă

ex:



i crescător $\Rightarrow \frac{di}{dt} > 0 \Rightarrow$

$\mathcal{E} < 0 \Rightarrow \underline{V_{ab} > 0}$

6) Energia câmpului magnetic

Proprietatea cea mai importantă a bobinei constă în faptul că ea poate acumula energie magnetică.
(Vezi analogia mecanică de la oscilații RLC).

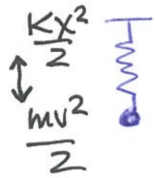
Această energie este analogul energiei cinetice înmagazinate de un corp cu masa m care se deplasează cu viteza v

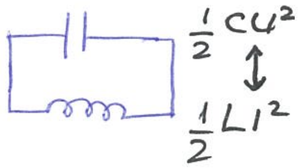
$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

Aici energia magnetică înmagazinată în bobină este:

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} \underbrace{L}_{\text{inerție electrică}} I^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{dQ}{dt}\right)^2}$$

Obs: Un rezistor este un element de circuit electric în care energia se disipă ireversibil. Într-o bobină, energia stocată este cedată integral circuitului în momentul în care curentul devine zero.





Densitate de energie magnetică

$$u = \frac{\text{Energie}}{\text{unitate de volum}}$$

Pt. o bobină: (solenoid cu N spire)

$$u = \frac{E_m}{V} = \frac{\frac{1}{2} L i^2}{l A} = \frac{1}{2} \frac{\cancel{\mu_0 \mu_r} \frac{N^2 S}{l} \cdot \frac{l^2 B^2}{\mu^2 N^2}}{l A} = \frac{B^2}{2\mu}$$

$$B = \frac{\mu_0 N i}{l} \Rightarrow i = \frac{l B}{\mu N}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \dfrac{B^2}{2\mu_0} & \text{în vid} \\ u = \dfrac{B^2}{2\mu} & \text{într-un material de permitivitate } \mu = \mu_0 \mu_r \end{cases}$$

Obs. Această formulă dedusă pt cazul particular al unei bobine este valabilă pentru orice câmp magnetic $B \Rightarrow$ ~~densitatea~~

Energia este ~~stocată~~ în câmpul magnetic însuși

$$\boxed{u_M = \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

reprezintă densitatea de energie a câmpului magnetic

Reamintim faptul că un câmp electric stochează la rândul sau energie electrică de densitate.

$$u_E = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$$

În consecință, o să vedem că un câmp electromagnetic = câmp $E(t)$ variabil + câmp $B(t)$ variabil

va stoca și transporta o energie de densitate:

$$\boxed{u = u_E + u_M = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

Intr-un mediu oarecare $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

$\mu = \mu_0 \mu_r$

$$\boxed{u = \frac{\varepsilon E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu}}$$

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$$

$$v^2 = \frac{1}{\varepsilon \mu}$$

ECUAȚIILE LUI MAXWELL

Putem regrupa într-un singur set de ecuații toate ecuațiile care fac legătura între câmpul electric și câmpul magnetic și sursele lor

=> set de 4 ecuații numite ecuațiile lui Maxwell

(1) $$\boxed{\oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{incl}}{\varepsilon_0}}$$

Legea lui Gauss pt. electrostatica

sarcina electrica = sursă de camp electric conservativ

(2) $$\boxed{\oint\!\!\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0}$$

Legea lui Gauss pt magnetism

nu există monopoli magnetici ca sursă de $\vec{B}$

(3) $$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(i_C + \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}\right)}$$

Teorema lui Ampère

atât curenții de conducție i_C cât și de deplasare $i_D = \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$ reprezintă surse de camp magnetic

(4) $$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{\partial t}}$$

Teorema lui Faraday

un ~~flux~~ flux magnetic variabil produce un camp electric nonconservativ (tensiune electromotor

Obs: Cele 4 ecuații a lui Maxwell împreună cu ecuația care definește $\vec{E}$ și $\vec{B}$ prin forțele de interacțiune asupra unei sarcini electrice

$$\boxed{\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)}$$

reprezintă ecuațiile fundamentale ale electromagnetismului de la care se poate deduce toată teoria (analog principul dinamicii Newtoniane din care rezultă toată mecanica clasică