UNDE ELECTROMAGNETICE

"Ce este lumina?" Această întrebare a preocupat omenirea încă de la începuturi, însă răspunsul a apărut doar în momentul în care electricitatea şi magnetismul au fost unificate în ELECTROMAGNETISM cu ajutorul ecuaţiilor lui Maxwell.

Aceste ecuaţii ne arată că un câmp magnetic variabil în timp $\vec{B}(t)$ reprezintă o sursă de câmp electric $\vec{E}(t)$ şi vice-versa: un câmp electric variabil în timp $\vec{E}(t)$ generează un câmp magnetic. Aceste câmpuri $\vec{E}(t)$ şi $\vec{B}(t)$ care se autogenerează reciproc formează o undă electromagnetică care se propagă în spaţiu cu viteza luminii. Lumina vizibilă, undele radio şi TV, razele X, radiaţia γ... sunt doar câteva exemple de unde electromagnetice. Ele diferă între ele doar prin frecvenţă şi deci lungime de undă.

Propagarea undelor electromagnetice nu necesită un mediu: lumina care provine de la stele /soare se propagă prin spaţiul vid interplanetar.

1 Ecuaţiile lui Maxwell şi unde electromagnetice

Când câmpurile $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ nu variază în timp, cum este cazul câmpului $\vec{E}$ produs de sarcini în repaus şi câmpurile $\vec{B}$ produse de curenţi staţionari, ele pot fi analizate independent fără vreo interacţiune între ele. Totuşi, când $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ sunt variabile în timp ele nu mai sunt independente. Oridecâte ori $\vec{E}$ sau $\vec{B}$ variază în timp, în vecinătatea lor se induce câmpul celălalt $\vec{E}(t) \rightarrow \vec{B}(t)$; $\vec{B}(t) \rightarrow \vec{E}(t)$. Perturbaţia constituită din $\vec{E}(t)$ şi $\vec{B}(t)$ variabile în timp se poate propaga în spaţiu fără nici un suport material şi constituie unda electromagnetică

Electricitate, magnetism și lumina

In 1865 Maxwell demonstrează că o undă electromagnetică se propagă în vid cu viteza luminii. Aceasta este o primă indicație a faptului că lumina este o undă electromagnetică.

Maxwell arată de asemenea faptul că principiile de bază ale electromagnetismului pot fi exprimate sub forma a patru ecuații (ecuațiile lui Maxwell):

(1) Legea lui Gauss pt. câmpul electric

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{incl}}{\varepsilon_0}}$$

sarcina electrică este sursa câmpului electric

(2) Legea lui Gauss pt câmpul magnetic

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0}$$

nu există monopoli magnetici

(3) Legea lui Ampère

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_0 + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)}$$

sursa câmpului magnetic este:
→ curenți statici și
→ curenți de deplasare

$$i_d = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \iff$$

câmp/flux electric variabil

(4) Legea lui Faraday

$$\boxed{\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}}$$

câmpul electric nonconservativ poate fi generat de către un flux magnetic variabil

Aceste ecuații, valide pentru $\vec{E}$ și $\vec{B}$ în vid se pot extinde și la alte medii materiale cu precizarea

$$\varepsilon_0 \to \varepsilon_0 \varepsilon_r$$
$$\mu_0 \to \mu_0 \mu_r$$

În concordanță cu ecuațiile lui Maxwell:

(1) o sarcină statică produce $\vec{E}$ static dar nu produce $\vec{B}$

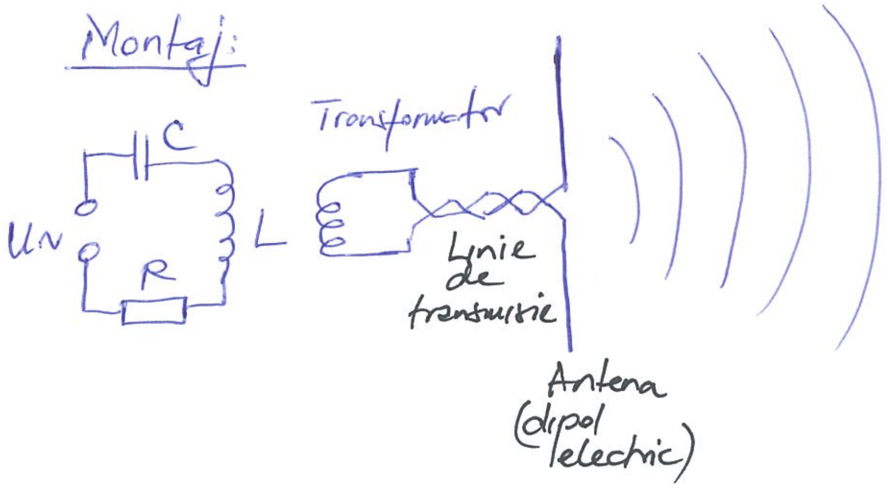
(2) o sarcină electrică în mișcare cu viteză constantă produce atât $\vec{E}$ cât și $\vec{B}$ dar care nu variază în timp și sunt independente

(3) Pentru ca o sarcină să producă unde electromagnetice ea trebuie să efectueze o mișcare accelerată (consecință a ecuațiilor lui Maxwell).

Generarea radiației electromagnetice

Modalitatea prin care o sarcină electrică emite unde electromagnetice este oscilația acesteia într-o mișcare oscilatorie armonică. Aceasta se poate realiza prin intermediul unui circuit oscilant RLC în care am văzut că $q(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

Montaj:



$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Unde propagative (radiație electromagnetică)

Antena: are rolul unui dipol electric fiind constituită din două elemente metalice conductoare. Curentul electric oscilator din circuitul RLC produce în antenă o mișcare oscilatorie a sarcinilor (electroni) cu frecvența $\omega = 1/\sqrt{LC} \Rightarrow \vec{E}(t) \to \vec{B}(t)$ ș.a.m.d.

În receptor. Antena este de asemenea un conductor; Sub influența câmpului variabil al undei electromagnetice electronii din antenă vor efectua o mișcare periodică sincronă cu variația $\vec{E}(t) \Rightarrow$ curent electric oscilant care este amplificat apoi în electronica receptorului.

Obs: Funcționarea sistemului emițător-receptor exploatează fenomenul de rezonanță a undelor (vezi curs unde).

Spectrul electromagnetic

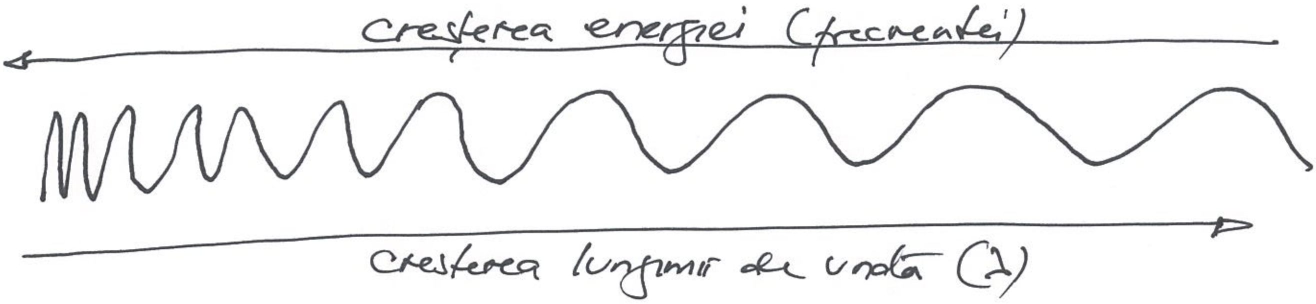
→ Conține unde electromagnetice de toate frecvențele și lungimile de undă.

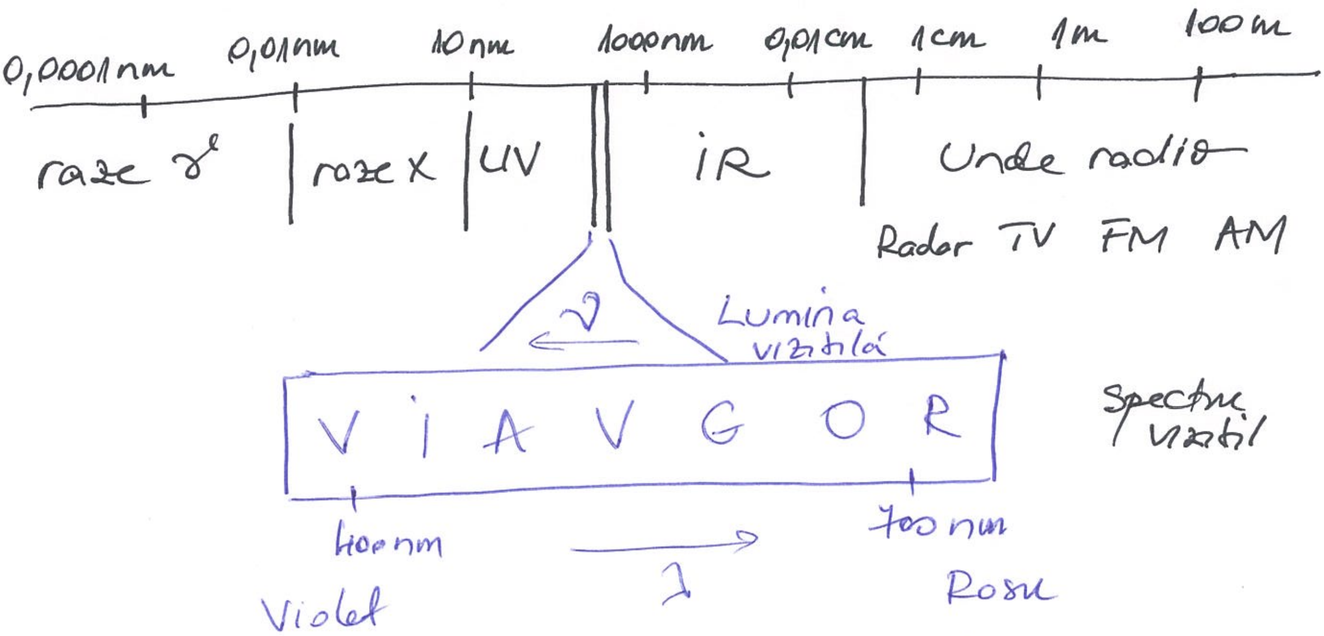
În ciuda mecanismelor diferite de producere și a utilizării/aplicațiilor undelor din spectru ele au o caracteristică comună: se propagă în vid cu aceeași viteză:

$$\boxed{c = 299792,458\ m/s} \quad (\simeq 3\cdot 10^{8}\ m/s)$$

$$\boxed{c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu}$$

λ = lungimea de undă
ν = frecvența.





550 nm → sensibilitatea maximă a ochiului uman

Lumina albă este un amestec din toate lungimile de undă din spectrul vizibil. Prin folosirea unor surse sau filtre speciale se poate selecționa doar o fereastră îngustă de lungimi de undă (câțiva nm). O astfel de sursă este o sursă de lumină <u>MONOCROMATICĂ</u> (singura culoare).

ex: Surse LASER care produc lumină aproape monocromatică.

Exemple de unde electromagnetice:

unde radio AM (modulație în amplitudine) $\nu = 5,4 \cdot 10^5 - 1,6 \cdot 10^6\, Hz$

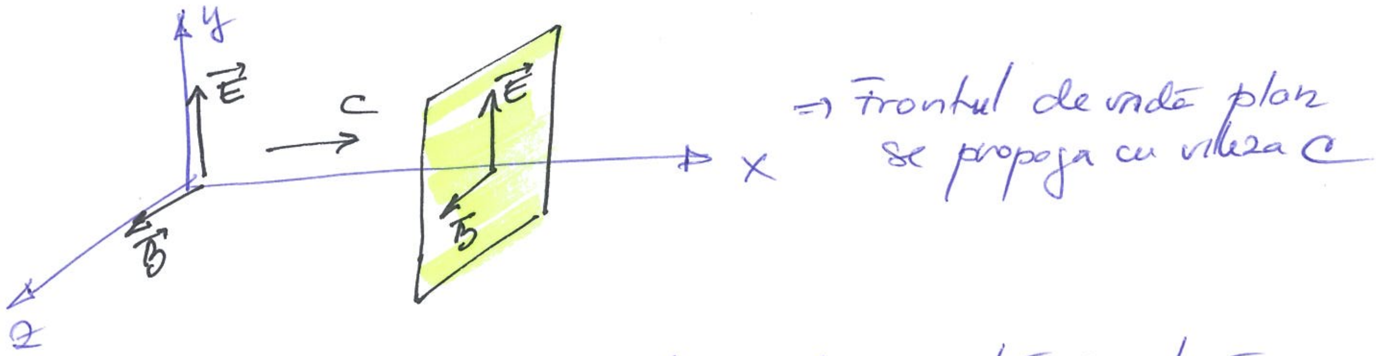
unde radio FM (modulație în frecvența) $\nu = 8,8 \cdot 10^7 - 1,08 \cdot 10^8\, Hz$

Microunde (telefoane celulare) $\nu \simeq 3 \cdot 10^9\, Hz$

camere cu viziune IR, UV, ...

(2) Unde electromagnetice plane și viteza luminii

Pentru simplitate, presupunem faptul că avem un câmp electric care are doar componenta y, un câmp magnetic care are doar componenta z și ele se propagă cu viteza luminii c de-a lungul axei Ox. $(+x)$.



Verificăm în ce condiții unda noastră verifică ecuațiile lui Maxwell.

(1) pentru a verifica prima și a doua ecuație a lui Maxwell (legea lui Gauss pt $\vec{E}$ și $\vec{B}$) câmpurile $\vec{E}$ și $\vec{B}$ trebuie să fie reciproc perpendiculare pe direcția de propagare ⇒ unda este transversală

(2) Pentru a verifica legea lui Faraday trebuie să avem:

$$E = cB$$

(3) Pentru a verifica legea lui Ampère

$$B = \varepsilon_0 \mu_0 c E$$

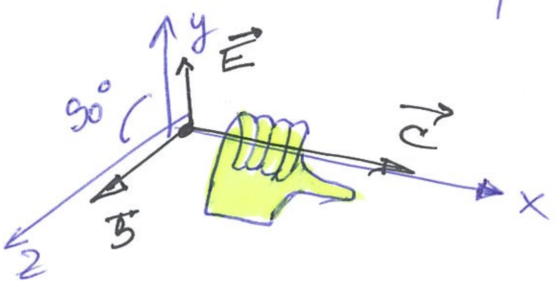
$\Rightarrow$ pt. a verifica atât legea lui Faraday cât și cea a lui Ampère

$$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1 \Rightarrow \boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{8{,}856 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \simeq 3 \cdot 10^8 \, m/s$$

Proprietăți fundamentale ale undelor electromagnetice

(1) unda e.m. este o undă transversală. $\vec{E}$ și $\vec{B}$ sunt perpendiculare între ele și perpendiculare la direcția de propagare care este cea a produsului vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$



(2) Între modulul vectorilor $\vec{E}$ și $\vec{B}$ există relația:

$$E = cB$$

(3) Unda se propagă în vid cu viteza constantă $c = 3 \cdot 10^8 \, m/s$

(4) Contrar undelor mecanice care necesită un mediu de propagare, unda electromagnetică nu necesită mediu.

Undele electromagnetice prezintă proprietatea de POLARIZARE. În analiza noastră alegerea lui $\vec{E}$ de-a lungul axei Oy a fost arbitrară. Dacă am fi ales $\vec{E}$ de-a lungul lui z $\vec{B}$ ar fi fost de-a lungul lui $-Oy$. ($\vec{B} \perp \vec{E}$).

O undă e.m. în care câmpul electric $\vec{E}$ este paralel cu o axă anume se spune că este liniar polarizată de-a lungul acelei axe.

Obs: Orice undă care se deplasează de-a lungul axei Ox cu o orientare oarecare a polarizării se poate descrie ca o combinație liniară de unde polarizate de-a lungul y și z.

Ecuația undelor electromagnetice

Se poate arăta că în vid ecuația undelor em este:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} \\ \dfrac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x^2} = \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial t^2} \end{cases}$$

de tipul $\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$

Prin comparație $\Rightarrow$ $v = c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

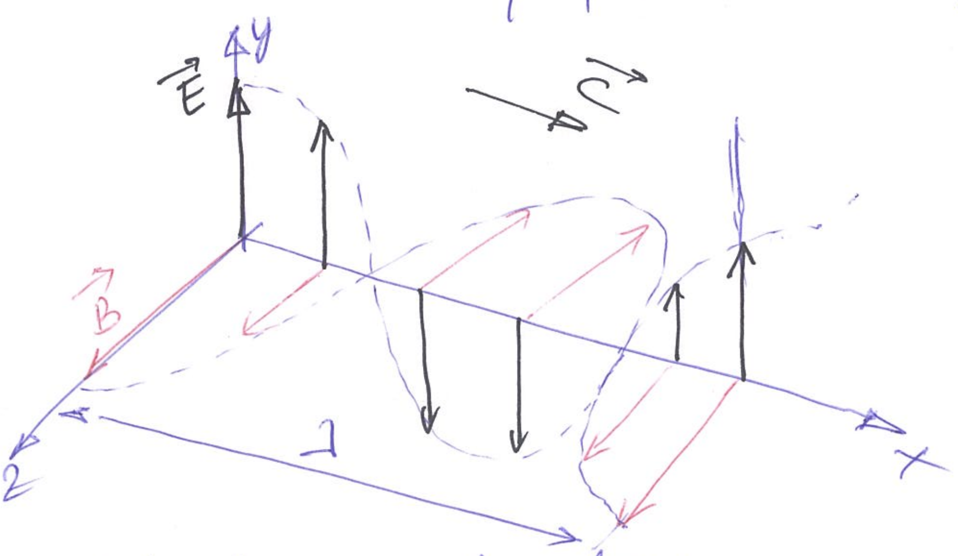
③ Unde electromagnetice sinusoidale

→ reprezintă analogul undelor sinusoidale transversale mecanice

→ funcții sinusoidale periodice în timp și spațiu

$$\boxed{E_y(x,t) = E_{max}\cos(kx-\omega t)} \qquad \boxed{B_z(x,t) = B_{max}\cos(kx-\omega t)}$$

propagare de-a lungul $+x$



Reprezentare la $t=0$

sub forma vectorială:

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{E}(x,t) &= \vec{j}\, E_{max}\cos(kx-\omega t) \\ \vec{B}(x,t) &= \vec{k}\, B_{max}\cos(kx-\omega t) \end{aligned}}$$

undă polarizată cu propagare de-a lungul $+x$

Odată ce timpul creşte de la $t=0$ unda se va deplasa înspre dreapta $(+x)$ cu viteza c. Ecuaţiile anterioare arată faptul că în orice punct oscilaţiile sinusoidale a lui $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ sunt în fază şi:

$$E_{max} = c\, B_{max}$$

observaţie

Unde electromagnetice în materie

Undele electromagnetice nu se propagă doar în vid ci şi în medii materiale (ex. materiale non-conductoare sau dielectrice)

Într-un material dielectric viteza de propagare a undei nu este identică cu cea în vid, $v \neq c$ $(v < c)$.

Pe aceleaşi considerente cu analiza efectuată la propagarea în vid vom obţine:

$$E = vB \quad \text{şi} \quad B = \varepsilon \mu v E \quad \text{cu} \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r, \quad \mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}$$

$$\boxed{n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

se numeşte, indice de refracţie al mediului

Observaţie:

(1) v este întotdeauna inferioară vitezei luminii în vid $v < c$

(2) În ecuaţiile de mai sus ε_r şi μ_r nu sunt cele tabulate pentru câmpuri E şi B statice. Când $\vec{E}$ oscilează rapid nu mai este timp de reorientare a dipolilor ca în cazul $\vec{E}$ static $\Rightarrow$ ε_r în câmpuri rapide este inferior celui static

ε_r = funcţie de frecvenţă = funcţie dielectrică

ex apă (E fix $\varepsilon_r = 80$, în lumină vizibilă $\varepsilon_r = 1{,}8$)

4) Energia și impulsul undelor electromagnetice

Undele electromagnetice transportă energie (ex. energia emisă de Soare, cuptorul cu microunde, emisia-recepția radio-TV, ..)

Combinând densitățile de energie deduse anterior pentru câmpuri electrice și magnetice, pentru o regiune din spațiu vid în care avem $\overline{E}$ și $\overline{B}$ $\Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \\ \text{și } B &= \frac{E}{c} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\, E \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}\varepsilon_0 \mu_0 E^2 = \varepsilon_0 E^2$$

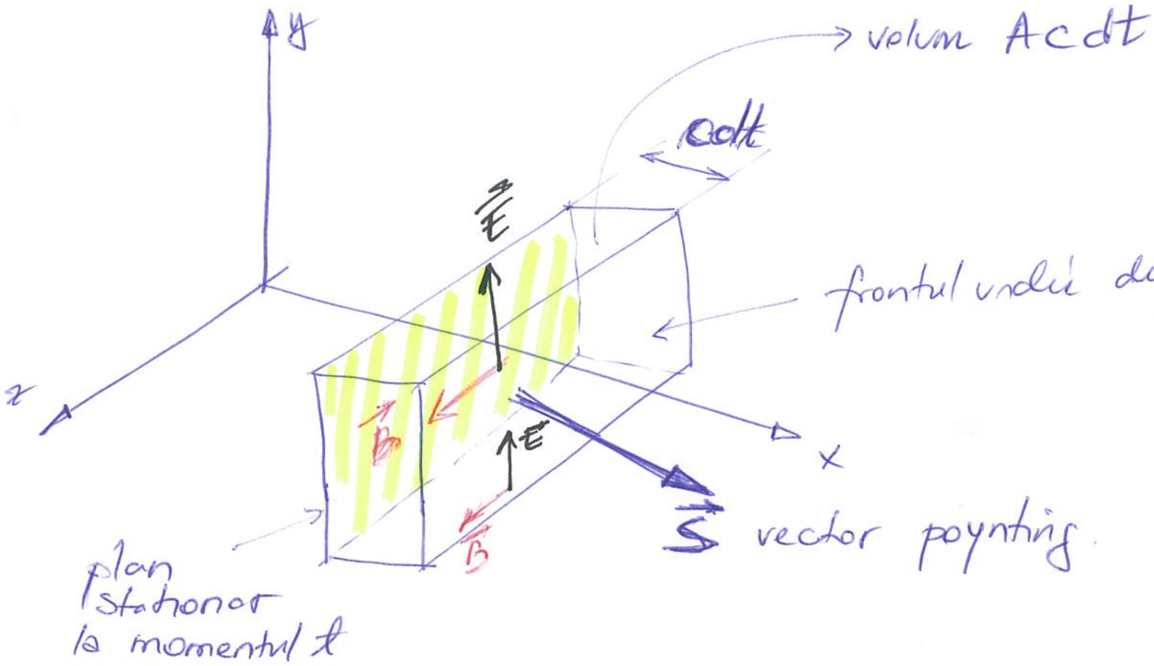
$$\Rightarrow \boxed{u = \varepsilon_0 E^2}$$

Aceasta semnifică faptul că în vid densitatea de energie asociată cu câmpul electric este egală cu densitatea de energie asociată cu câmpul magnetic.

Vectorul Poynting

Undele electromagnetice sunt unde propagative care transportă energia dintr-o regiune a spațiului în alta. Putem descrie acest transport de energie sub forma energiei transportate în unitatea de timp pe unitatea de suprafață perpendiculară pe direcția de propagare

Considerăm un plan staționar perpendicular la axa Ox care coincide cu frontul undei la momentul t. În intervalul de timp dt unda s-a propagat pe o distanță $d = c\,dt$. Considerăm o arie A a planului respectiv ceea ce definește un volum $A c\,dt$ care va include o ~~densitate~~ energie electromagnetică: $\boxed{dU = u A c\,dt}$



Energia traversează aria A în intervalul de timp dt.

Definim:

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \frac{1}{\cancel{A}}\frac{\varepsilon_0 E^2 \cancel{A} c\,\cancel{dt}}{\cancel{dt}} = \varepsilon_0 c E^2$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \qquad E = cB$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

Putem defini o mărime vectorială care să descrie atât amplitudinea cât și direcția fluxului de energie

$$\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}}$$

vectorul Poynting în vid

(după numele fizicianului britanic John Poynting)

Obs: Direcția lui $\vec{S}$ este direcția de propagare a undei.
Dacă $\vec{E} \perp \vec{B}$ modulul lui S este $S = \frac{EB}{\mu_0}$

Energia totală transportată pe unitatea de timp (puterea P) prin orice suprafață închisă este integrala de suprafață:

$$\boxed{P = \oiint \vec{S} \cdot \vec{dA}}$$

puterea = fluxul vectorului Poynting

Obs. Pt. unde sinusoidale, precum și pt orice undă periodică complexă, $\vec{E}$ și $\vec{B}$ în fiecare punct variază în timp
=> vectorul Poynting este de asemenea o funcție de timp.
Dată fiind frecvența mare a undelor electromagnetice $\vec{S}$ variază foarte rapid în timp astfel încât este mult mai util să se ia în considerare valoarea sa medie

Amplitudinea valorii medii a lui $\vec{S}$ într-un punct definește INTENSITATEA RADIAȚIEI în acel punct

Pt. o undă sinusoidală:

$$\vec{S}(x,t) = \frac{1}{\mu_0} \vec{E}(x,t) \times \vec{B}(x,t) =$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \left[\vec{j}\, E_{max} \cos(kx - \omega t) \times \vec{k}\, B_{max} \cos(kx - \omega t) \right]$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

$$= \vec{i}\, \frac{E_{max} B_{max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

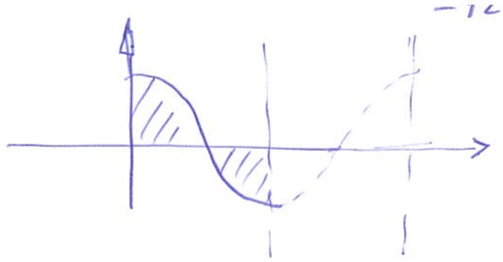
$$E_{max} = c B_{max}$$

Componenta x a vectorului Poynting este:

$$S_x(x,t) = \frac{E_{max} B_{max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t) = \frac{E_{max} B_{max}}{2\mu_0} [1 + \cos 2(kx - \omega t)]$$

Media pe o perioadă

$$\langle \cos 2(kx-\omega t)\rangle_T = 0$$



$$\Rightarrow \quad \boxed{S_{av} = \frac{E_{max} B_{max}}{2\mu_0} = \dot{I}}$$

dacă $E_{max} = B_{max}\, c$ $\Rightarrow$

$$\boxed{\dot{I} = \frac{E_{max} B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E_{max}^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_{max}^2}$$

intensitatea undei electromagnetice în vid $\sim$ pătratul amplitudinii E_{max}^2 dar contrar undelor mecanice nu depinde de frecvența.

Pentru oricare alt mediu dielectric

$$\varepsilon_0 \to \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon$$
$$\mu_0 \to \mu_0 \mu_r = \mu$$

Obs. Densitățile de energie: $\frac{\varepsilon E^2}{2}$ și $\frac{B^2}{2\mu_0}$ sunt egale chiar și în dielectrici

Presiunea radiației

Pe lângă faptul că undele em transportă energie ele transportă și impuls p care este însă o proprietate a câmpului și nu este asociat cu mișcarea unei particule în sens clasic. Acest impuls va fi însă responsabil de o presiune a radiației $\Leftrightarrow$

$$\frac{\text{forța}}{\text{unitatea de suprafață absorbantă}}$$ $\Rightarrow$ care se poate demonstra că este dată de relația:

$$\boxed{P_{rad} = \frac{S_{av}}{c} = \frac{I}{c}}$$

presiunea radiației în contextul absorbției totale a undei.

Dacă unda este în totalitate reflectată,

$$\boxed{P_{rad} = \frac{2 S_{av}}{c} = \frac{2I}{c}}$$

Exemplu:

Valoarea intensității radiației solare înainte de a traversa atmosfera terestră este $\simeq 1{,}4\, KW/m^2$

$$\Rightarrow P_{rad} = \frac{I}{c} = \frac{1{,}4 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} \frac{W/m^2}{m/s} = 4{,}7 \cdot 10^{-6}\, Pa$$

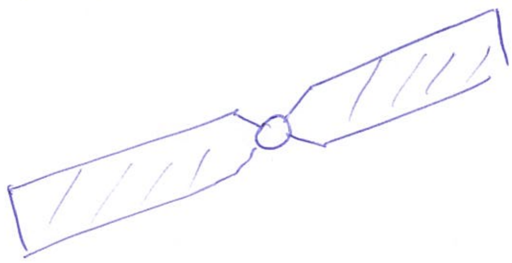
în cazul unei suprafețe total absorbante

sau

$$P_{rad} = \frac{2I}{c} = 9{,}4 \cdot 10^{-6}\, Pa$$

presiuni mici de ordinul 10^{-10} atm dar care pot fi măsurate.

Presiunea exercitată asupra panourilor unui satelit cu o suprafață totală de $A = 4 m^2$ conduce la o forță:



$$F = P_{rad} A = 4{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1{,}9 \cdot 10^{-5} N$$

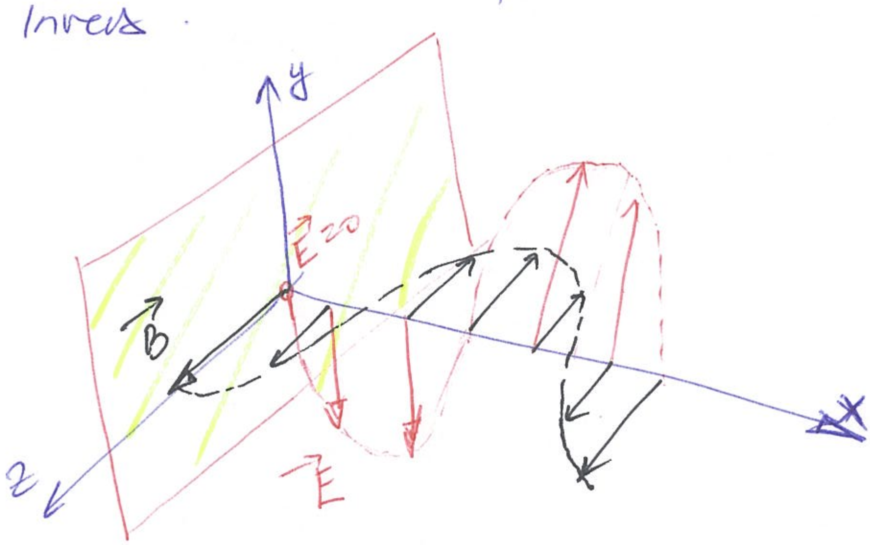
foarte mică dar non-neglijabilă în calculul traiectoriei exacte a sateliților.

⑤ Unde electromagnetice staționare

Undele electromagnetice suferă fenomenul de reflexie la interfața cu un mediu cu o valoare diferită a indicelui de refracție $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ (de ex. la suprafața unui dielectric, pe suprafața unui metal, ...).

Interferența dintre unda directă și unda reflectată conduce și aici la unde staționare. (situație analoagă corzii vibrante).

Obs: La reflexia pe o suprafață metalică (conductor ideal) apare condiția limită $E(x=0,t)=0 \Rightarrow$ nod în câmpul electric. (E nu poate fi transversal pe suprafața unui conductor). Unda incidentă a avut un $E \neq 0$ dar ea a produs pe suprafață un curent oscilant care produce un câmp suplimentar astfel încât câmpul rezultant să fie zero. Acești curenți induși pe suprafața conductorului generează de asemenea un câmp reflectat care se propagă în sens invers.



Astfel în unda staționară rezultată se observă că E și B sunt defazați cu $\pi/2$

$$\begin{cases} E_y(x,t) = -2E_{max} \sin kx \sin \omega t \\ B_z(x,t) = -2B_{max} \cos kx \cos \omega t \end{cases}$$

noduri în $E_y(x,t)$ $\quad \sin kx = 0 \quad kx = 0, \pi, 2\pi, \ldots$

$B_z(x,t)$ $\quad \cos kx = 0 \quad kx = \pi/2, 3\pi/2, \ldots$

însă $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\Longrightarrow$

planuri nodale pt $\vec{E}$ $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$

$\vec{B}$ $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$

(la mijlocul planurilor nodale pt $\vec{E}$)

<u>Obs</u>:

(1) La suprafața conductorului $\vec{B} \neq 0$. Aceasta pt. că curenții de suprafață generați pt a conduce la $\vec{E} = 0$ produc câmpuri magnetice la suprafață.

(2) Pentru planele nodale a fiecărui câmp separarea este de $\lambda/2$.

(4) Nodurile lui $\vec{E}$ coincid cu ventrele lui $\vec{B}$ și vice-versa.

$E = 0$ $\quad B = B_{max}$

$B = 0$ $\quad E = E_{max}$

Aceasta este o diferență față de o undă electromagn. propagativă pt. care $\vec{E}$ și $\vec{B}$ sînt în f-ză.

<u>Unde electromagnetice staționare în cavități</u>

$\Longleftrightarrow$ moduri normale în coarda vibrantă.

$\Rightarrow$ Dacă se interpune un al doilea plan conductor la distanța L de-a lungul axei x $\Longleftrightarrow$ coarda vibrantă fixată în $x = 0$ și $x = L$. Ambele plane conductoare vor fi plane nodale pentru E. Undele staționare pot exista doar dacă pal doilea plan conductor este plasat într-o poziție în care $E_y(x,t) = 0$

$\Rightarrow$ $L = n\frac{\lambda}{2}$ $\quad n = 1, 2, 3, \dots$

$\Rightarrow$ $\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$

Frecvențele corespunzătoare ale modurilor vor fi:

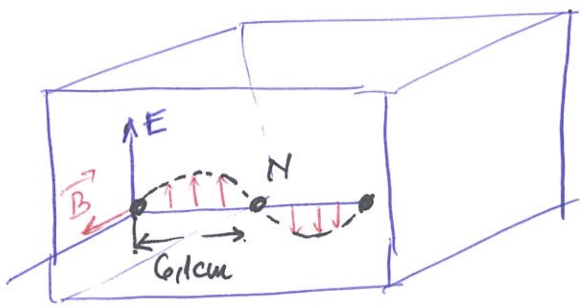
$$\boxed{f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n\,\frac{c}{2L}} \qquad n = 1, 2, \ldots$$

Acesta este un set de moduri normale fiecare cu o frecvență caracteristică, o formă de undă și o caracteristică nodală proprie. Măsurând pozițiile nodale se poate determina λ și apoi ν fiind cunoscuți se poate determina viteza undelor (așa a procedat H. Hertz în 1880 în investigarea undelor electromagnetice).

Obs: Nu doar suprafețele conductoare reflectă undele electromagnetice. Reflexii apar și la interfețele între două materiale izolatoare cu proprietăți dielectrice (ε_r) sau magnetice (μ_r) diferite.

Exemple

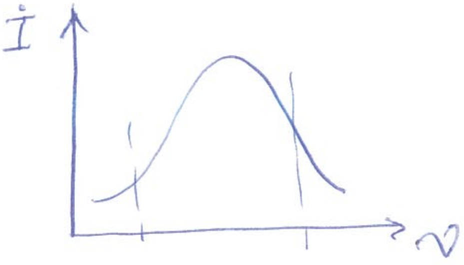
(1) Cuptorul cu microunde. Sursa de microunde produce unde em cu $\lambda = 12{,}2$ cm ($\nu = 2{,}45$ GHz), frecvență puternic absorbită de către apa din alimente. Nodurile sunt separate cu $\frac{\lambda}{2} = 6{,}1$ cm. Platoul cu mâncare trebuie să se rotească în timpul gătitului altfel zonele nodale (în care $\vec{E} = 0$) ar rămâne reci.

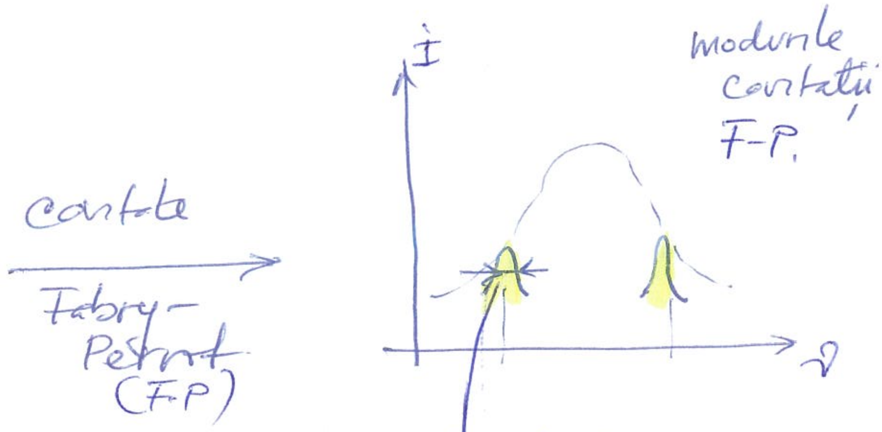


→ vezi paragraful din cursul 7 privind dipolul electric ⟷ funcționarea cuptorului cu microunde.

(2) Cavitatile rezonante pot fi folosite pentru selectionarea unor unde monocromatice (cu spectru ingust) dintr-o unda cu spectru cromatic larg, folosind modurile normale ale cavitatii

ex Laser He-Ne





$\Delta\nu_D = 1340\ MHz$

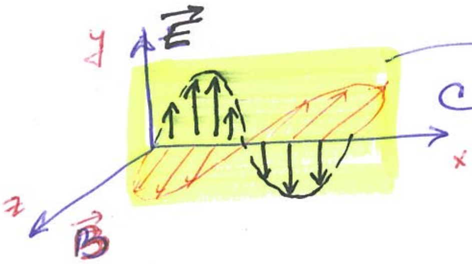
atomii care emit radiatia sunt in miscare cu o distributie Boltzmann a vitezelor ⇒ largire Doppler a liniei emise

$\Delta\nu = 1{,}8\ MHz$

vezi: Trusanu al "Mecanica cuantica prin aplicatii", Ed. UTPres 2013.

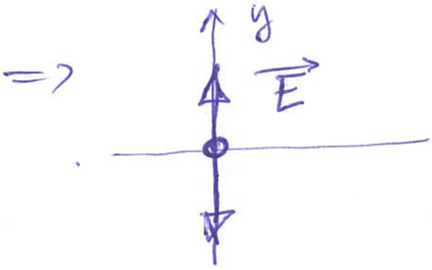
6 Polarizarea

Antenele VHF de TV în Anglia sunt orientate vertical iar în America de Nord orizontal. Diferența rezidă din direcția oscilației undelor electromagnetice purtătoare a semnalului ($\vec{E}(t)$). In Anglia, echipamentul de transmisie produce o polarizare verticală a câmpului electric $\Rightarrow$ $\vec{E}(t)$ oscilează vertical. In SUA polarizarea este orizontală



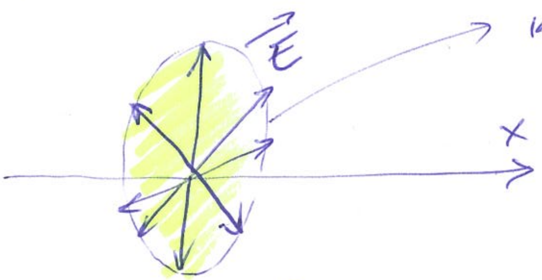
plan de oscilație a câmpului electric (xoy).

$\Rightarrow$



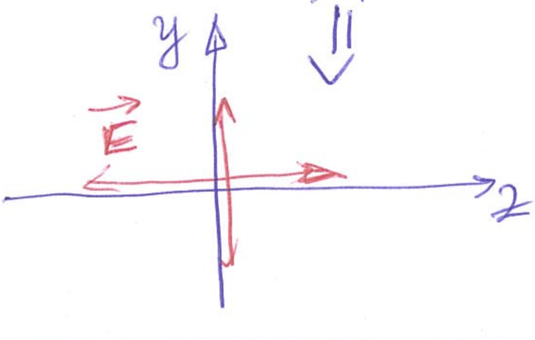
Polarizarea luminii

Undele e.m. emise de o stație radio/TV au toate aceeași polarizare, însă undele emise de o sursă obișnuită de tip bec, Soare, ... au o polarizare aleatorie (sau nu sunt polarizate deloc). Câmpul electric într-o poziție dată este întotdeauna perpendicular la direcția de deplasare dar direcția acestuia fluctuează aleatoriu



în acest plan vectorul $\vec{E}$ poate fi orientat în toate direcțiile

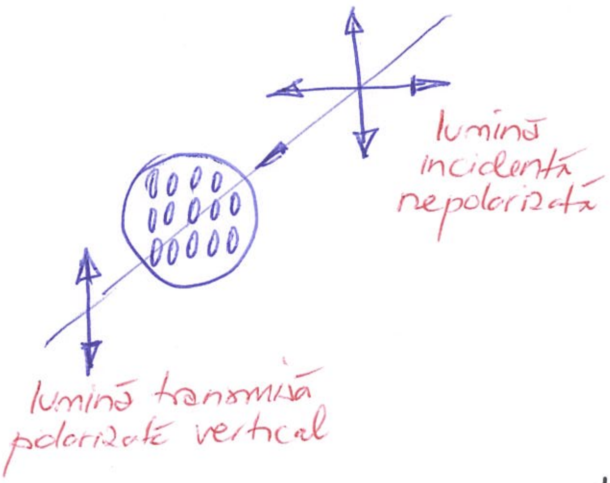
$\Updownarrow$



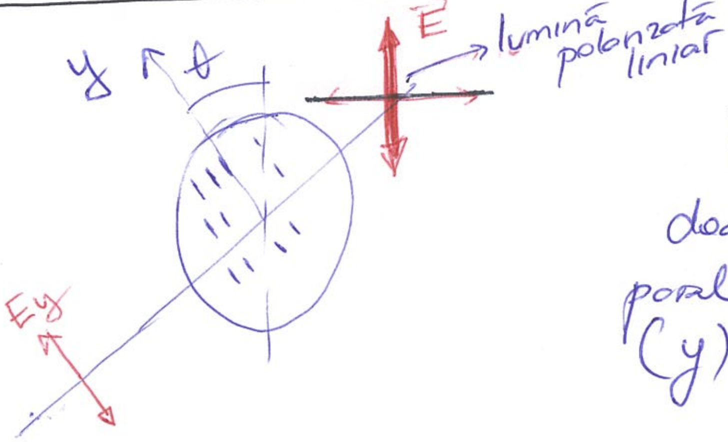
reprezentare simplificată:

superpoziție a două unde polarizate pe direcție perpendiculară $\Rightarrow$ undă nepolarizată

Undele electromagnetice (lumina) nepolarizata pot fi polarizate la traversarea unui material transparent polarizor, (filtre poloroid) constituite din molecule alungite incorporate în plastic orientate paralel. Când lumina traversează un astfel de sistem componenta paralelă moleculei filiforme este transmisă, cea transversă total absorbită.



Intensitatea luminii polarizate transmise



$$E_y = E\cos\theta$$

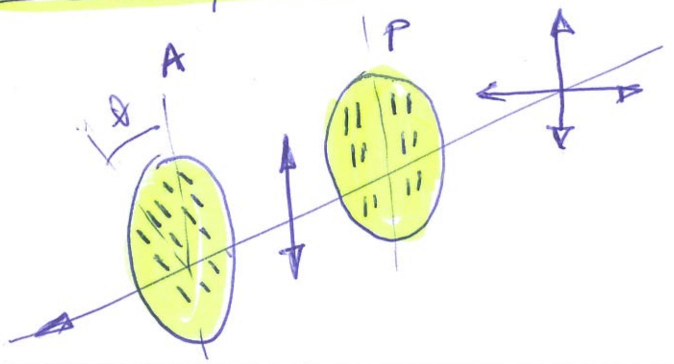
doar componenta câmpului paralelă cu axa polarizorului (y) este transmisă.

$\Rightarrow$ Intensitatea $\sim$ amplitudinea la pătrat $\Rightarrow$

$$\boxed{I = I_0\cos^2\theta}$$

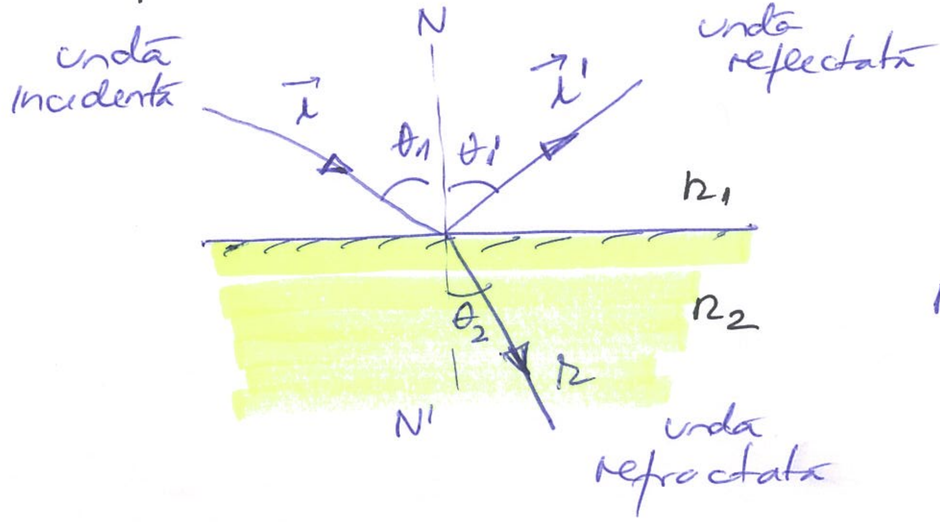
lege valabilă pt transmisia luminii deja polarizate liniar

Sistem polarizor - analizor



P-A fac unghiul θ între ele

7 Reflexia și refracția

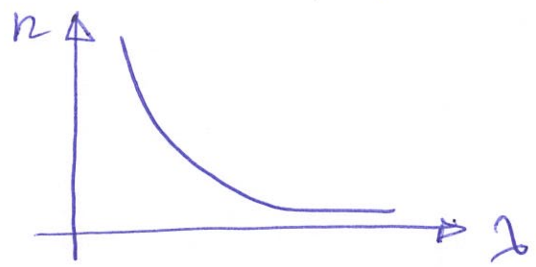


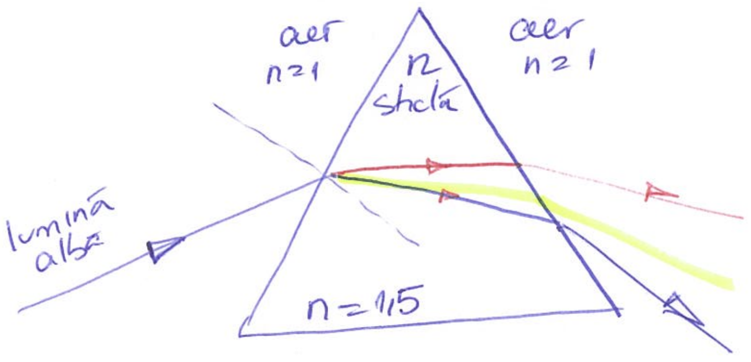
$\theta_1 = \theta_1'$ reflexie

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ refracție

Dispersia cromatică

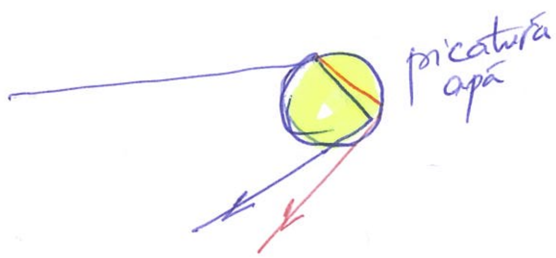
Indicele de refracție n depinde de lungimea de undă. $n = n(\lambda)$ $\Rightarrow$ dacă lumina este compusă din mai multe componente cromatice (λ diferite) fiecare va fi refractată diferit (sub un unghi care descrește când λ crește)



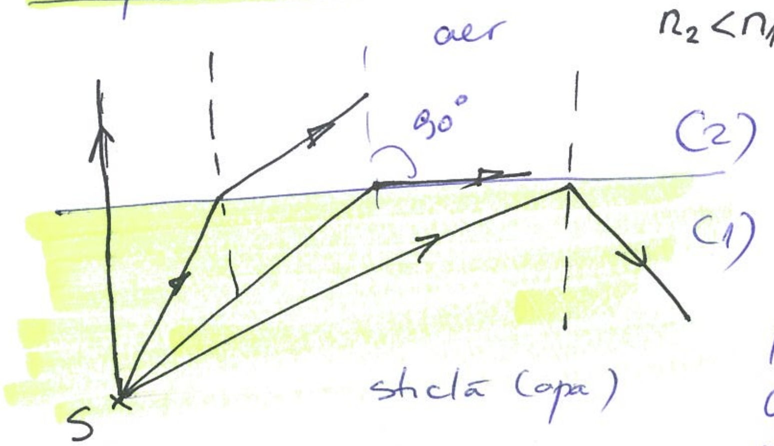


$\Rightarrow$ dispersia printr-o prismă de sticlă descompune lumina albă în curcubeu (ROGVAIV)

Același principiu explică formarea curcubeului după ploaie



Reflexie totală



Dacă lumina se propagă dintr-un mediu 1 cu $n_2 > n_1$ înspre 1 crescând unghiul de incidență la un moment dat vom avea un unghi de refracție limită de 90°

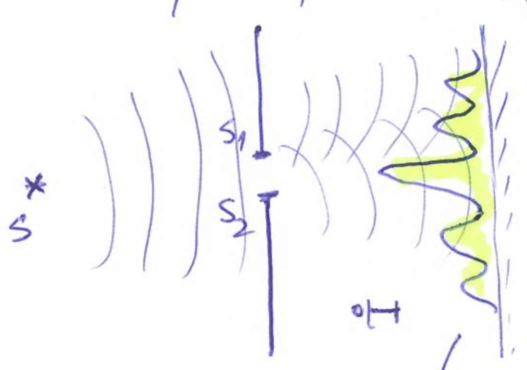
$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \underbrace{\sin 90^\circ}_{1} = n_2 \Rightarrow$$

$$\sin\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \boxed{\theta_c = \arcsin\frac{n_2}{n_1}}$$

Pt unghiuri de incidență $\theta_1 > \theta_c$ apare fenomenul de reflexie totală internă

(8) Difracția luminii (undelor electromagnetice)

Când o undă întâlnește un obstacol de dimensiuni similare lungimii de undă, unda suferă fenomenul de difracție (vezi principiul Huygens de la unde).



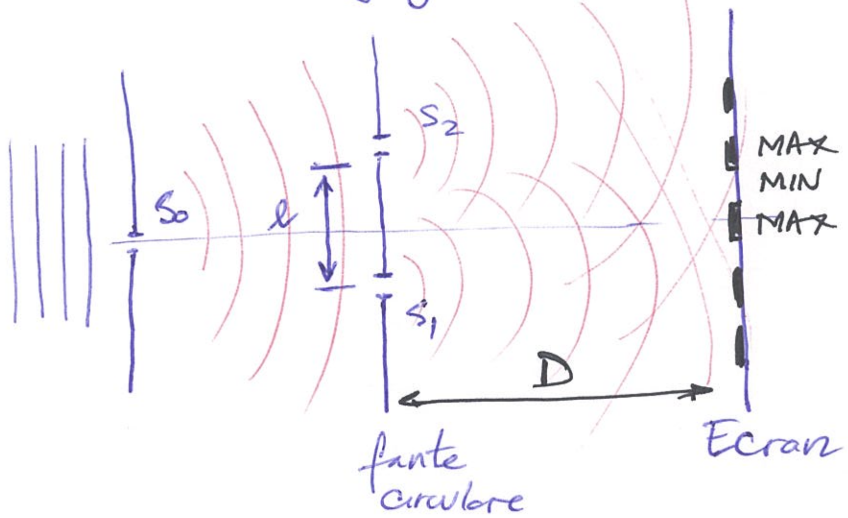
S - sursa principală
↓
marginile fantei se comportă ca și surse secundare (S_1, S_2)
$\Rightarrow$ interferență $\Rightarrow$ figura de difracție

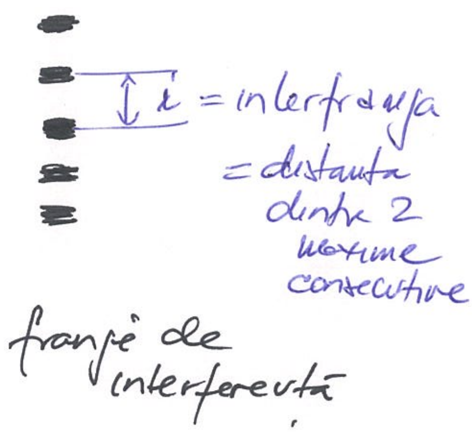
maxime și minime în intensitate $\Rightarrow$ franje de interferență (difracție).

difracție $\Rightarrow$ împrăștiere + interferență.

Experimentul de interferență a lui Young

În 1801 Thomas Young demonstrează experimental faptul că lumina este o undă electromagnetică punând capăt polemicii care pretindeau caracterul material. El demonstrează că lumina suferă fenomenul de interferență asemeni undelor sonore, undelor de suprafață pe apa unui lac, etc. În plus, Young măsoară lungimea de undă a luminii solare (val. medie) găsind o valoare f. aproape de valoarea acceptată ($\lambda_{Young} = 570nm$ % $\lambda_{real} = 550nm$).





Se poate demonstra că:

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{l}}$$

D → distanța fante-ecran

l → distanța dintre fante

Ob: cunoscând l, D și măsurând i se poate determina λ

Studiul fenomenelor legate de propagarea luminii, a fenomenelor de reflexie, refracție, difracție, interferență,... fac obiectul unei ramuri ale fizicii numită OPTICĂ.

COMPLEMENT

FORMULAREA DIFERENȚIALĂ A ECUAȚIILOR LUI MAXWELL

Forma integrală a ecuațiilor lui Maxwell:

$$
\begin{cases}
\oiint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0} & \text{Gauss} \\
\oiint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 & \\
\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(I + \varepsilon_0 \dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}\right) & \text{Ampère} \\
\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t} & \text{Faraday}
\end{cases}
$$

Folosim două formule matematice (teoreme):

(1)
$$\boxed{\oiint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_V \nabla\cdot \vec{E}\, dV}$$

V = volumul mărginit de suprafața A

T. Gauss-Ostrogradski

transformă o integrală de suprafață în integrală de volum

$$\nabla\cdot\vec{E} = \operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}.$$

operator: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ nabla

$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$ $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$

divergența = produsul scalar între $\vec{\nabla}$ și $\vec{E}$

② T. Stokes

$$\boxed{\oint_{\Gamma=\partial A} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \iint_A (\nabla\times\vec{E})\cdot d\vec{A}}$$

Γ = conturul suprafeței A

transformă o integrală de contur în integrală de suprafață

a) Aplicăm teorema Gauss-Ostrogradski primului set de ec. Maxwell (Gauss)

$$\oiint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_V \nabla\cdot\vec{E}\, dV = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV$$

$$\rho = \frac{dQ_{int}}{dV}$$ = densitate de sarcină electrică

$$\Rightarrow \boxed{\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

Legea lui Gauss în formă diferențială

Întrucât $\vec{E} = -\nabla V$ câmpul electric este minus gradientul potențialului electric

$$\nabla\cdot(\nabla V) = -\rho/\varepsilon_0 \Rightarrow$$

ec. diferențială de ordinul II

$$\boxed{\nabla^2 V = \Delta V = -\rho/\varepsilon_0}$$

ecuația lui Poisson

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ = operatorul lui Laplace

Cunoscând $\rho(x,y,z)$ prin rezolvarea ecuației lui Poisson $\Rightarrow$ potențialul electrostatic $V(x,y,z)$

Dacă $\rho(x,y,z) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V = 0}$$ Ec. lui Laplace.

b) Aplicăm T. Gauss-Ostrogradski celei de-a doua ec. Maxwell

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\nabla \cdot \vec{B} = 0}$$

Legea Gauss pt câmpul magnetic

c) Aplicăm T. Stokes pt. teorema lui Ampère

$$\oint_{\Gamma_A} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_A (\nabla \times \vec{B}) d\vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$ $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$

dar $I = \oiint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$ $\vec{j}$ = densitatea de curent

$$\frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \iint_A \frac{\partial}{\partial t}(\vec{E} \cdot d\vec{A})$$

$$\Rightarrow \oiint (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} = \oiint \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) \cdot dA$$

$$\Rightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$ $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \varepsilon_0$

$$\Leftrightarrow \boxed{\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$ T. Ampère.

d) Aplicam T. Stokes legii lui Faraday

$$\oint_{\Gamma_A} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \iint_A (\nabla\times\vec{E})\cdot d\vec{A} = -\iint_A \frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{B}\cdot d\vec{A}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \phi_b}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\iint \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

$$\boxed{\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$ T. Faraday.

$\Rightarrow$ Forma diferentiala a ec Maxwell

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{E} = -\rho/\varepsilon_0 & \text{Gauss} \\ \nabla\cdot\vec{B} = 0 & \\ \nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} & \text{Ampère} \\ \nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \text{Faraday} \end{cases}$$