

Vezi nota

~~www~~.chs.utcluj.ro/webphysics/Physics.html  
FIZICĂ TEHNICĂ.

## FIZICĂ TEHNICĂ

Fac. Inginerie Electrică  
UTCN

## Bibliografie

1. D. Halliday, R. Resnik, Fizică vol. I, II, EDP București (1975)
2. E. Luca, Gh. Ieș și alții, - Fizică Generală, EDP București
3. E. Culea, "Fizică pentru ingineri", Ed. Risoprint, Cluj-Napoca, 2010.
4. H.D. Young, R.A. Freedman - Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics Technology update (16. engleză), Pearson - 2013.  
RO: EDP București 1993
5. Web page: [www.chs.utcluj.ro/webphysics/Physics.html](http://www.chs.utcluj.ro/webphysics/Physics.html)  
[www.phys.utcluj.ro/PersonalFile/Cursuri/BarleaCurs.html](http://www.phys.utcluj.ro/PersonalFile/Cursuri/BarleaCurs.html)

# CURS Nr. 1

Mărimi fizice și unități de măsură  
Vectori și operații cu vectori  
Cinematica punctului material

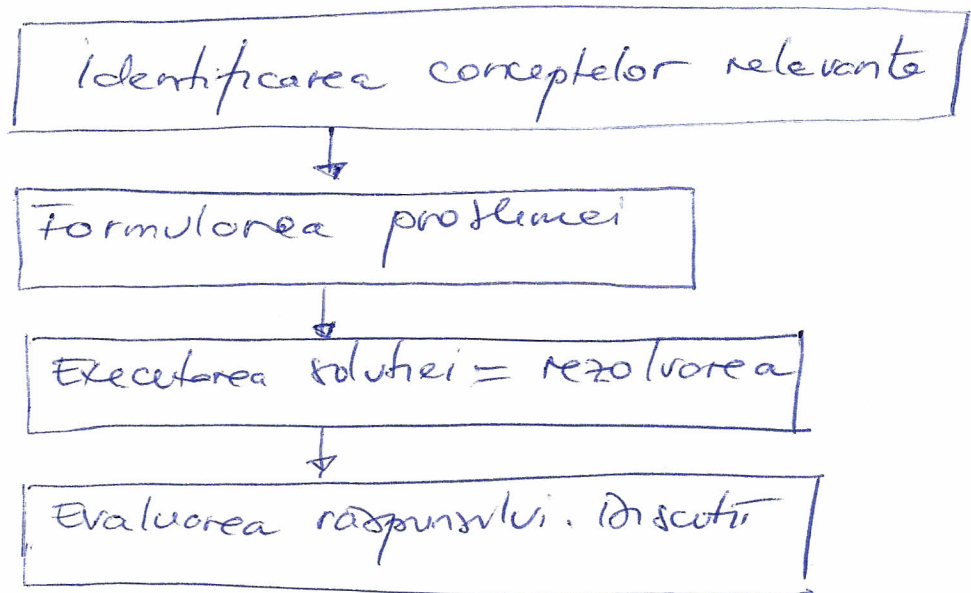
## ① Introducere. Unități de măsură. Mărimi fizice Scalare și vectoriale

→ Fizica este o știință experimentală

Fizicienții observă fenomene din natură și încearcă să le explice, să le relateze

⇒ teorii fizice, legi fizice, principii, ...

Algoritmul general de rezolvare a unei probleme de fizică:



Model fizic = versiune simplificată a unui sistem fizic care ar fi mult prea complex / complicat pt a fi analizat în toate detaliile

ex: minge adevărată în mișcare ⇒ aproximația punctului material

(dimensiune / formă fizică neglijată).

# Standarde și unități de măsură

- experimentele implică măsurători
- rezultatul unui experiment (măsurătoare) se exprimă printr-un număr. (mărimi)

## • mărimi fizică

= orice mărime folosită pentru a descrie cantitativ un fenomen fizic  
ex: greutate, înălțime, lungime, ...

## Standarde de referință

Când măsurăm o mărime fizică întotdeauna o comparăm cu un standard de referință

⇒ unități de măsură

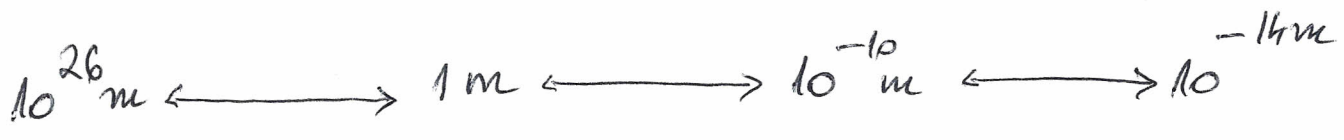
SI { timp → [secunde]  
 lungime → [metru]  
 masă → [kilogram]

### Multiplici și submultiplici

ex:  
 mm =  $10^{-3}$  m  
 μm =  $10^{-6}$  m  
 Km =  $10^3$  m  
 -----  
 etc.

## Sistemul britanic

lungime: 1 inch = 2,54 cm  
 unitate de forță: 1 pound = 4,448221615260 N



Limita observabilă a universului      dim. umană      raza atomului      raza nucleului



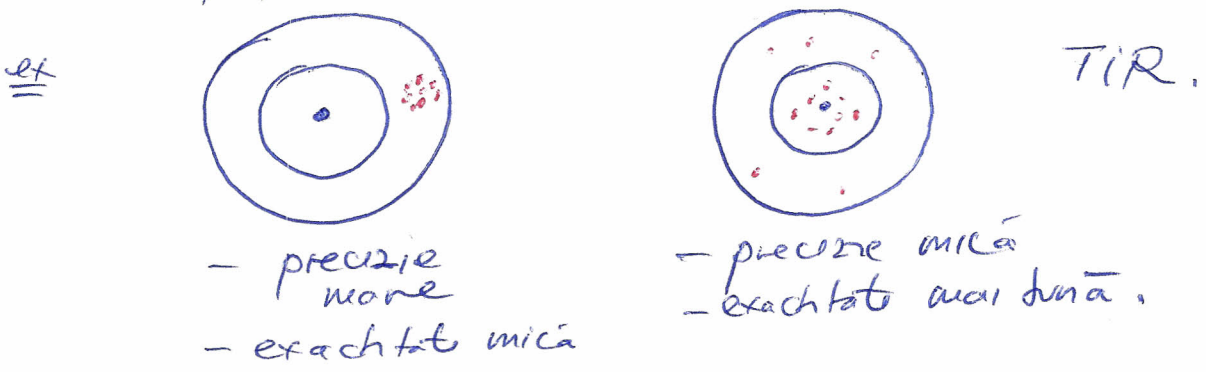
# Precizie și acuratețe (exactitate)

- noțiuni care definesc calitatea unei măsurători în sens metologic, pe baze statistice (Wiki)

Exactitatea: unei măsurători / metode arată măsura în care aceasta permite obținerea unui rezultat apropiat de realitate.

Precizia unei metode analitice redă gradul de dispersie a rezultatelor obținute pe aceeași probă în aceleași condiții de lucru, în jurul valorii medii.

O măsurătoare / metodă de analiză poate fi precisă dar mai puțin exactă sau invers.



Obs: Orice măsurătoare este afectată de imprecizie și eroare (ex: erori sistematice → factor uman, erori sistematice → metoda / aparat).

Al. a indica acuratețea unei valori măsurate se folosește simbolul  $\pm$  urmat de valoarea incertitudinii (bara de eroare)

ex: Lungime măsurată:  
 $56,47 \pm 0,02 \text{ mm}$

⇒ 5,45 < V < 5,49 mm

Obs: Vezi seminar 1 pt voi multe exemple / detalii.  
ex cifre semnificative, etc...



# Vectori și operații cu vectori

## Mărimi scalare

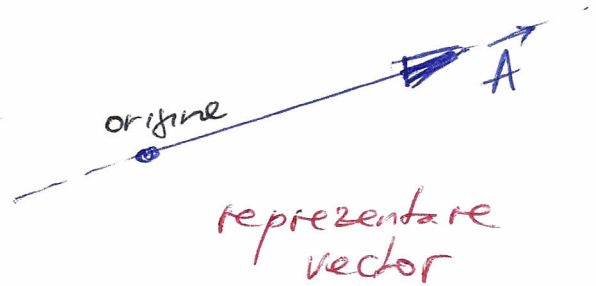
ex: timp [s], temperatura [K, °C...], masa [kg],  
volumul [m<sup>3</sup>], densitatea [kg/m<sup>3</sup>]

↳ pot fi descrise complet printr-un  
singur număr și o unitate de măsură

## Mărimi vectoriale descrise prin 3 elemente:

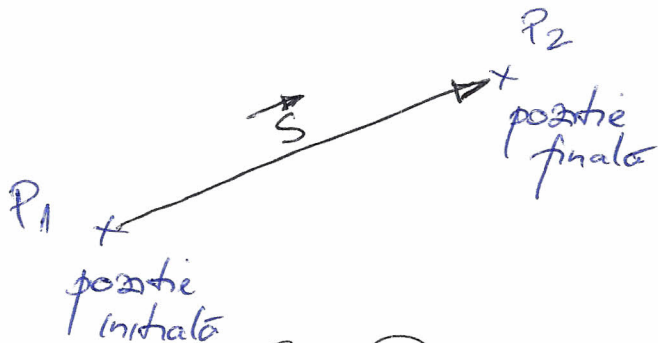


modul  $|\vec{A}| = A$   
direcție  
sens  
în spațiu

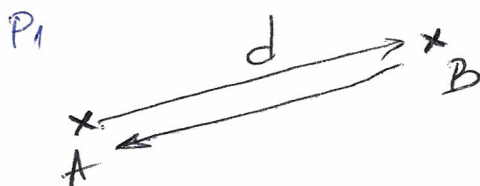
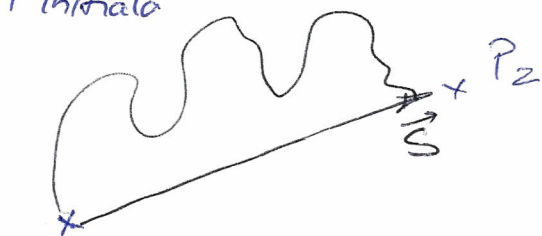


## ex: Vectorul deplasare

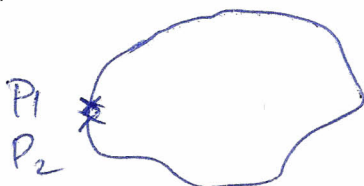
= linie dreaptă care  
conectează punctul de  
plecare cu punctul de  
sosire



vectorul deplasare nu  
depinde de drumul  
curbat (tracționare)



deplasare ≠ distanță  
(zero) 2 d.



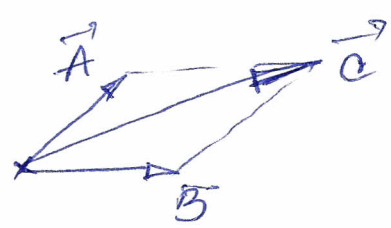
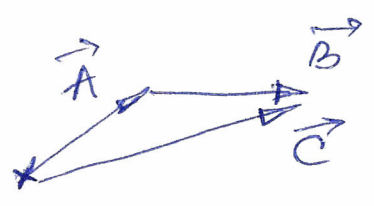
dacă  $P_1 = P_2$  punct initial  
= punct final  $\Rightarrow$  vector deplasare  
zero.

# Operații cu vectori

## Grafic

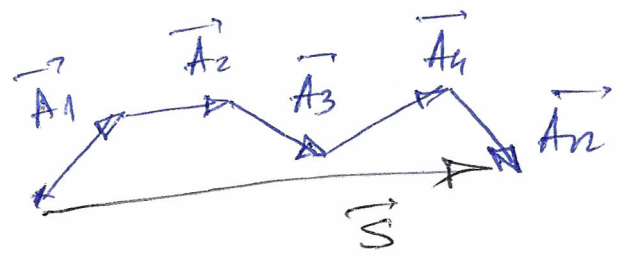
### ① Adunarea vectorilor

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



regula paralelogramului

### Regula poligonului : n-vectori

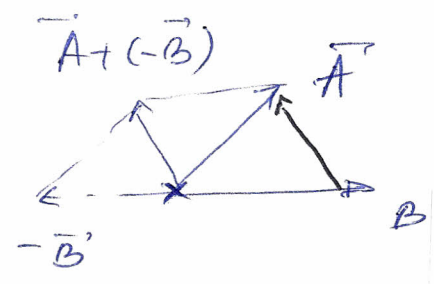
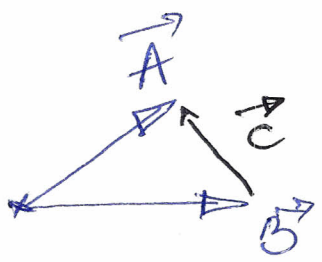


$$\vec{S} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \dots + \vec{A}_n$$

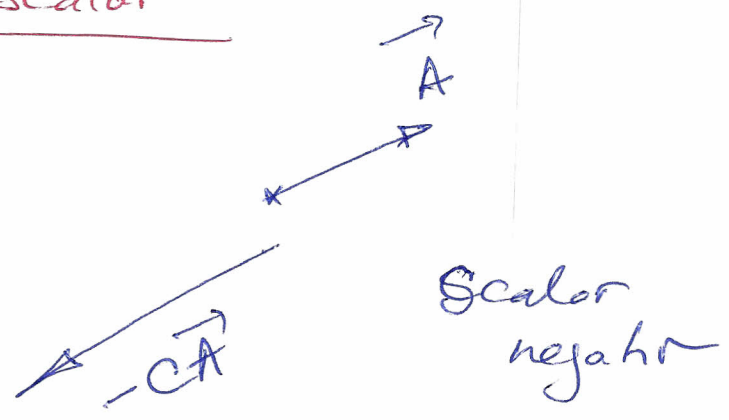
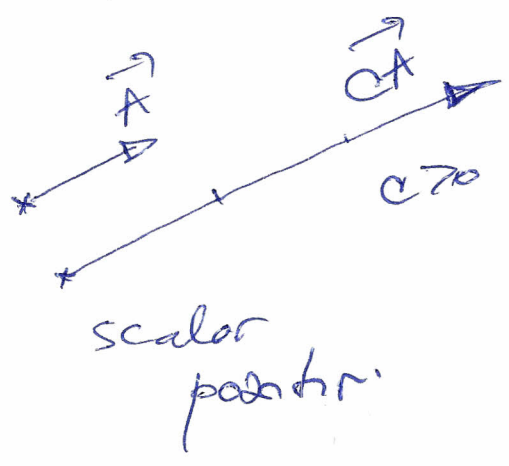
$$= \sum_1^n \vec{A}_i$$

### ② Scăderea

$$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



### ③ Multiplicarea cu un scalar

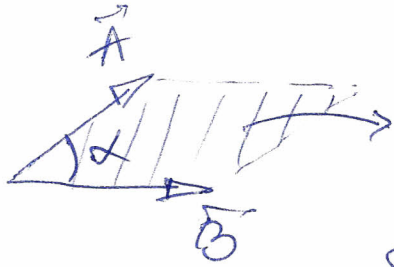


## ④ Produs scalar

$$C = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

marime  
scalara

-6-



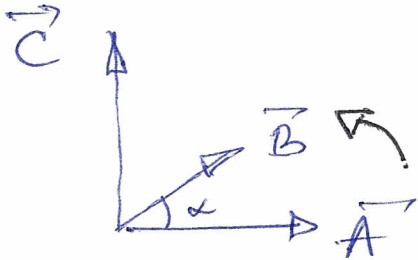
$$C = \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha$$

semnificatie  
geometrica

aria paralelogramului  
construit cu cei 2  
vectori

## ⑤ Produs vectorial

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$



regula mainii drepte  
sau surghiului drept

$\vec{C} \perp$  pe planul  $(\vec{A}, \vec{B})$



modul:  $C = AB \sin \alpha$

obs: Produsul vectorial este anticomutativ

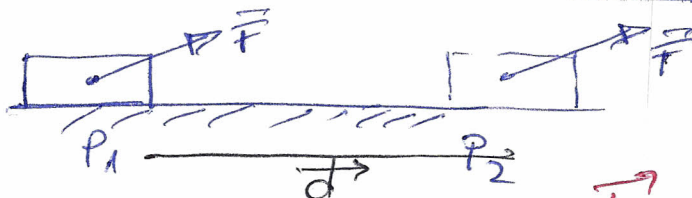
$$\Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

Ex:

• Produs scalar:

Lucrul mecanic:

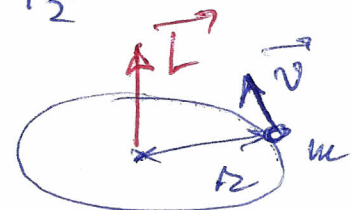
$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$



• Produs vectorial

Momentul cinetic

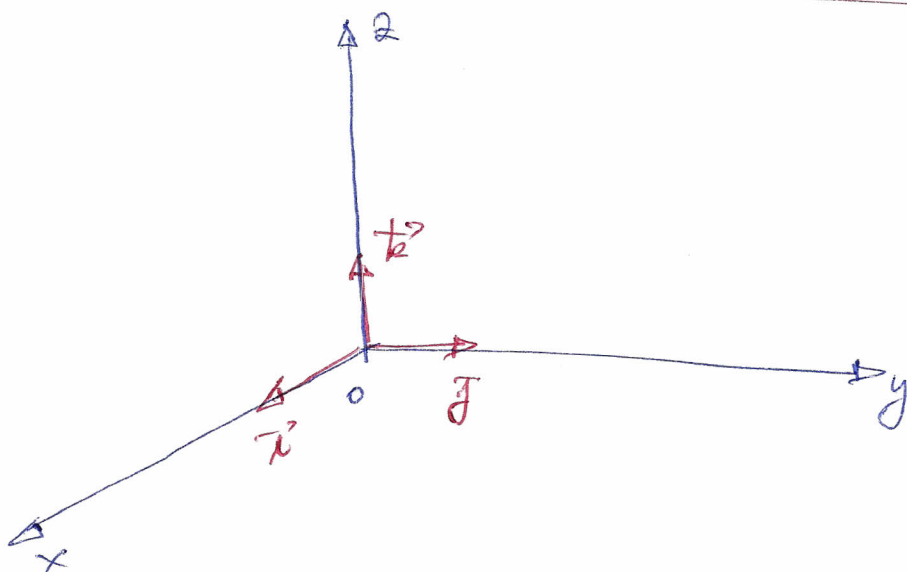
$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$





# Reprezentarea analitică a vectorilor

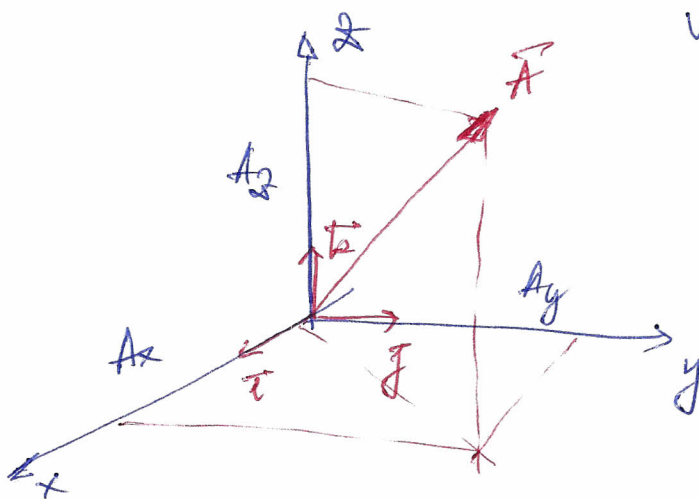
-1-



sistem de  
coordonate  
oxyz  
CARTEZIAN

vectori unitate

versori  $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$



$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

(30)

$A_x, A_y, A_z$  = componente ale  
vectorului pe  $ox, oy, oz$

$$(20) \quad \vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$$

## Suma și diferența

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \vec{i} + (A_y + B_y) \vec{j} + (A_z + B_z) \vec{k}$$

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x) \vec{i} + (A_y - B_y) \vec{j} + (A_z - B_z) \vec{k}$$

### Multiplicarea cu un scalar

$$c\vec{A} = cA_x \vec{i} + cA_y \vec{j} + cA_z \vec{k}$$

fiecare componentă se multiplică cu scalarul respectiv.

### Produsul scalar

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}) \cdot (B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}) \\ &= A_x B_x \vec{i} \cdot \vec{i} + \cancel{A_x B_y \vec{i} \cdot \vec{j}} + \cancel{A_x B_z \vec{i} \cdot \vec{k}} + \\ &\quad + \cancel{A_y B_x \vec{j} \cdot \vec{i}} + A_y B_y \vec{j} \cdot \vec{j} + \cancel{A_y B_z \vec{j} \cdot \vec{k}} + \\ &\quad + \cancel{A_z B_x \vec{k} \cdot \vec{i}} + \cancel{A_z B_y \vec{k} \cdot \vec{j}} + A_z B_z \vec{k} \cdot \vec{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{i} \cdot \vec{i} &= \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \cdot 1 \cdot \cos(0) = 1 \\ \vec{i} \cdot \vec{j} &= \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 1 \cdot 1 \cdot \cos(90^\circ) = 0 \end{aligned}$$

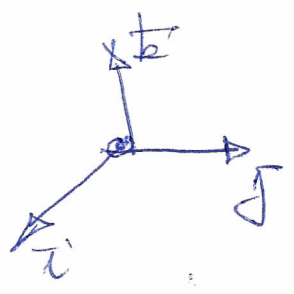
$$\Rightarrow \boxed{\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}$$

### Produsul vectorial

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}) \times (B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k})$$

similar cu mai sus dar in loc de  $\cdot$  avem  $\times$

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 1 \cdot 1 \cdot \sin(0) = 0$$



$$\begin{cases} \vec{i} \times \vec{j} = -\vec{j} \times \vec{i} = \vec{k} \\ \vec{j} \times \vec{k} = -\vec{k} \times \vec{j} = \vec{i} \\ \vec{k} \times \vec{i} = -\vec{i} \times \vec{k} = \vec{j} \end{cases}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  sunt ortogonali

$$\Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \vec{i} + (A_x B_z - A_z B_x) \vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \vec{k} =$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

écrite  
sur forme  
de déterminant.



# CINEMATICA punctului material

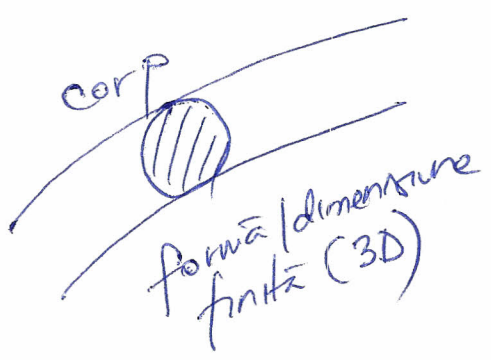
↳ ramură a fizicii care (în cadrul mecanicii clasice) studiază mișcarea mecanică fără a ține cont de cauza mișcării

(nu implică conceptul de forță)

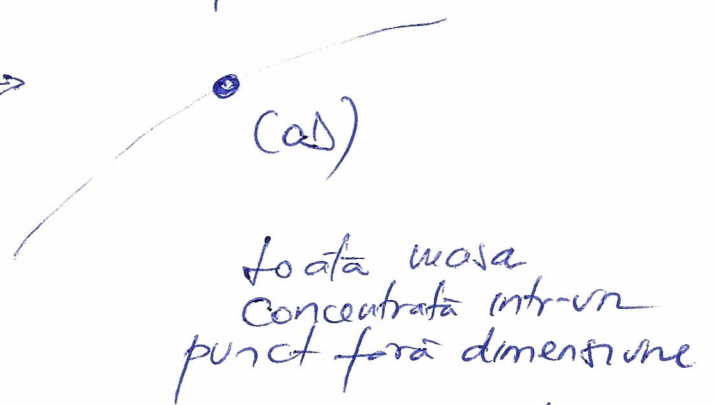
din greacă kinema = mișcare

## ① Fundamentele cinematică

### Punct material



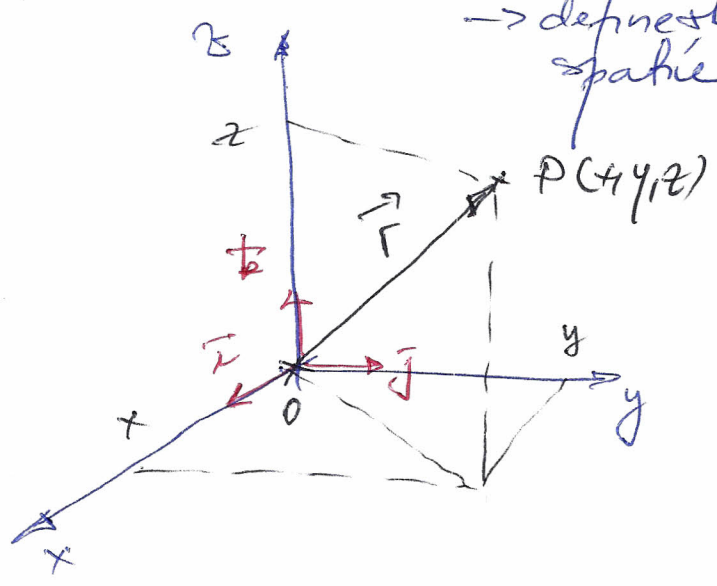
### punct material



Descrierea mișcării mecanice a unui obiect în spațiu necesită anumite noțiuni de geometrie.

### Vector de poziție

→ definește poziția punctului material în spațiu

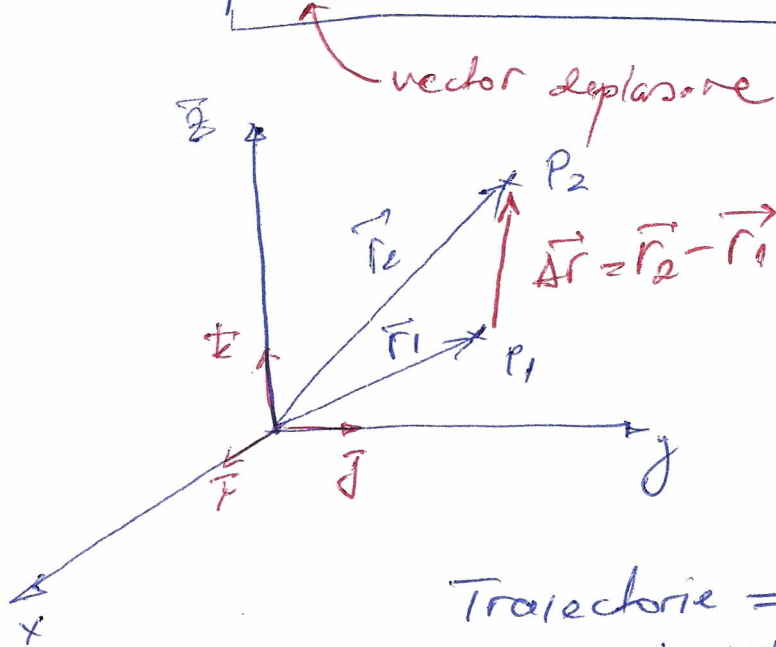


$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

## Vector deplasare

În intervalul de timp  $\Delta t = t_2 - t_1$ , punctul material se deplasează din  $P_1(\vec{r}_1)$  în  $P_2(\vec{r}_2)$ .

$$\Rightarrow \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$



Trajectorie = calea urmată de mobil în mișcare spațială în funcție de timp.

## Viteza medie

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

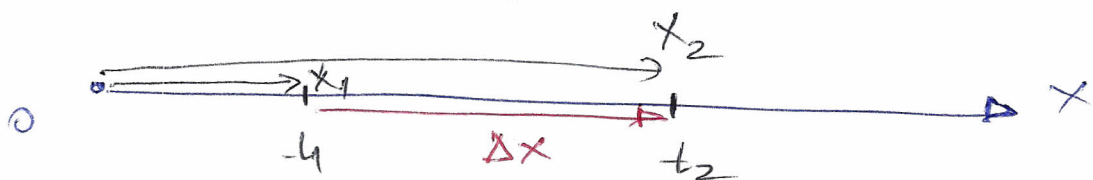
descrie rata de modificare în timp a poziției mobilului

→ mărime vectorială

$$[\vec{v}_m]_{S_i} = \frac{m}{\Delta}$$

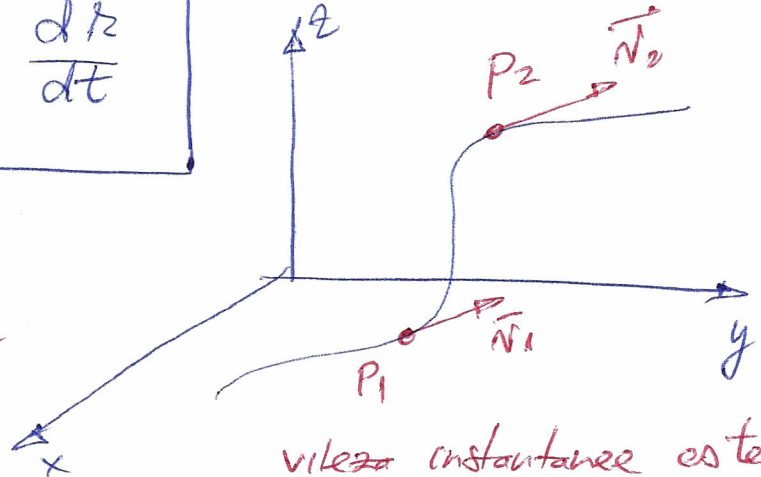
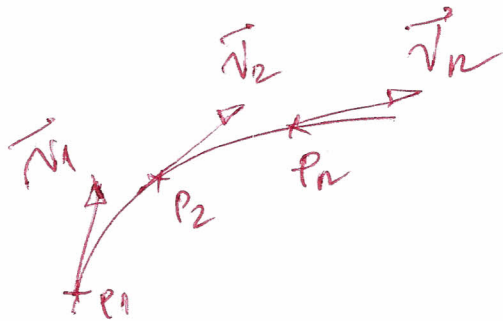
## Mișcare 1D

$$v_{m_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



# Viteza instantanee (vector)

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



viteza instantanee este tangenta la traiectorie in orice punct al acesteia

## Modulul vitezei (scalar)

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

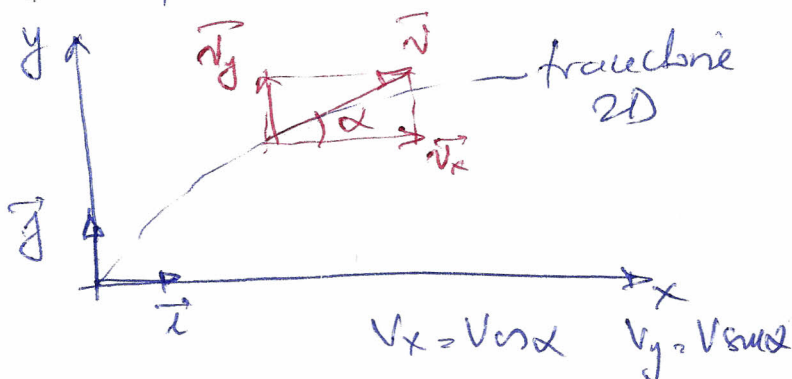
Descompunerea miscarii mecanice:

$$\begin{aligned} \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \\ &= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \end{aligned}$$

Miscarea totală = miscare pe ox +  
miscare pe oy +  
miscare pe oz.

## Caz particular 2D

proiectil



$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

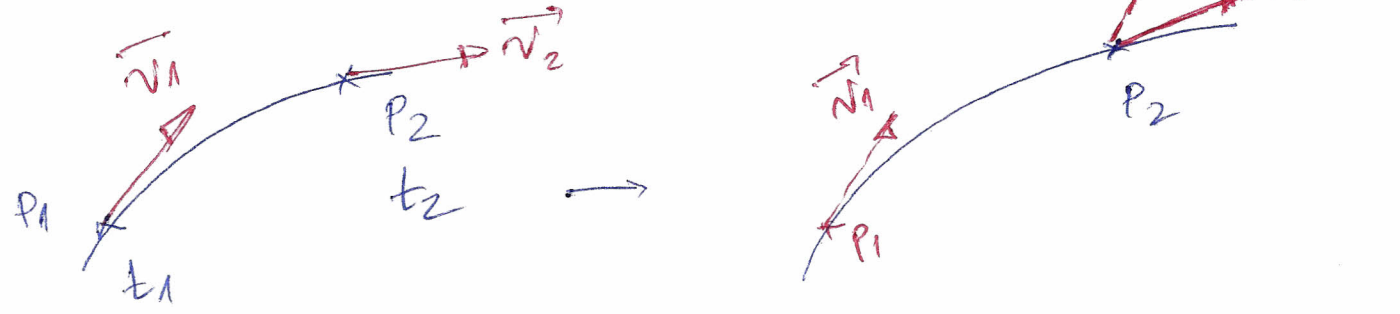
$$\vec{v} (v_x, v_y)$$

miscare =  
miscare pe ox +  
miscare pe oy



# Vectorul accelerație

accelerație = rata cu care se modifică viteza  
particulei în mișcare



## Accelerația medie (vector)

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

→ are direcția lui  $\Delta\vec{v}$

$$[a]_{SI} = \frac{m/s}{s} = m/s^2$$

## Accelerația instantanee (vector)

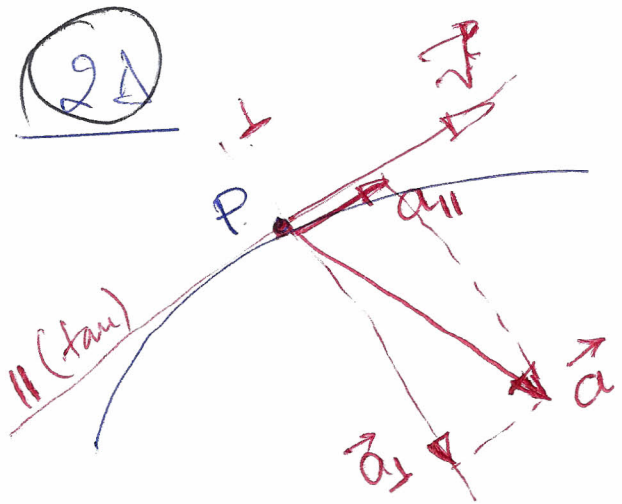
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Se poate demonstra și aici că

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

vezi descompunerea mișcării mecanice

(21)



traiectorie

$\vec{v}$  - tangent la traiectorie

$\vec{a}$  - orientare înspre interiorul traiectoriei

$$\vec{a} = \vec{a}_\perp + \vec{a}_\parallel$$

Alegem 2 directii particulare

- 11 -

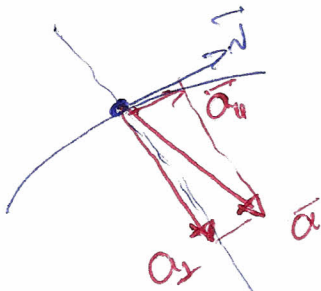
$\perp$  = perpendiculară la traiectorie în  
punctul P

$\parallel$  = tangențială (paralelă) la traiectorie în  
punctul P ( $\Rightarrow$ ) paralelă cu viteza  
instantanee  $\vec{v}$

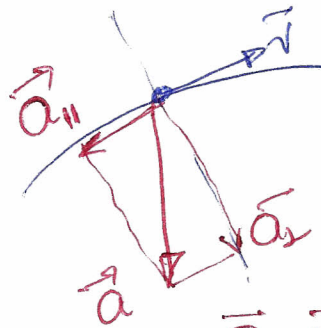
$\vec{a}$  se descompune pe direcțiile  $\parallel$  și  $\perp$

$$\vec{a} = \vec{a}_{\perp} + \vec{a}_{\parallel}$$

ob.  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_{\parallel} \text{ în sensul deplasării } (>0) \Rightarrow \text{accelerație} \\ \text{(viteza crește în timp)} \\ \vec{a}_{\parallel} \text{ în sens opus deplasării} \Rightarrow \text{frânare} \\ \text{(viteza scade)} \\ \text{în timp} \end{array} \right.$



$\vec{a}_{\parallel}, \vec{v}$  în  
același sens  
 $\Rightarrow$  accelerație



$\vec{a}_{\parallel}, \vec{v}$  în sens  
opus  
 $\Rightarrow$  frânare

(18) Exemplu: mișcarea de-a lungul axei OX cu  
accelerație constantă

$$a_m = a_x$$

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 = 0, t_2 = t$$

$$\Rightarrow \boxed{v_x = v_{0x} + a_x t}$$

legea vitezei

(1)

$$v_m = \frac{x - x_0}{t - 0} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = x_0 + v_m t} \quad (2)$$

(1), (2)  $\Rightarrow$

$$\boxed{x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2}$$

legea de miscare

Obs

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \Leftrightarrow \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

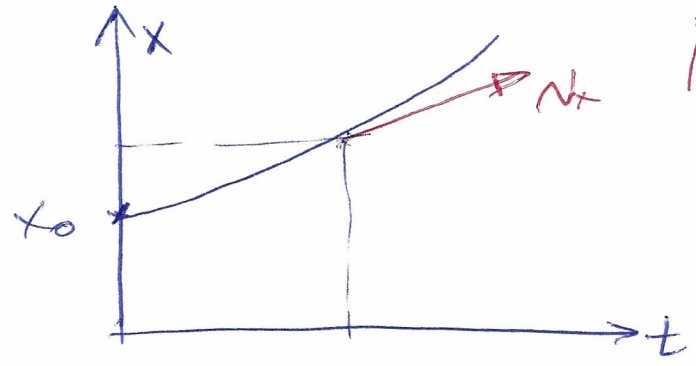
legi ale miscare

descrie variatia in timp a vectorului de pozitie

Reprezentari grafice

ec. unei parabole

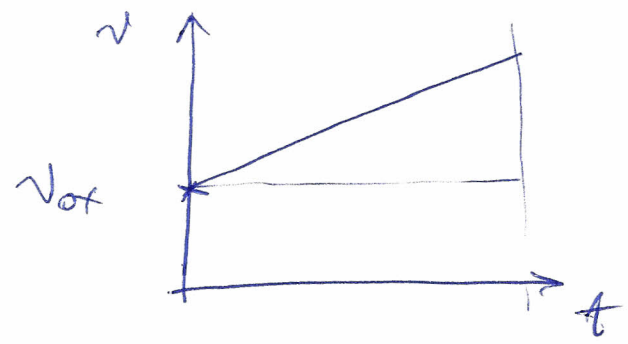
• Grafic x-t



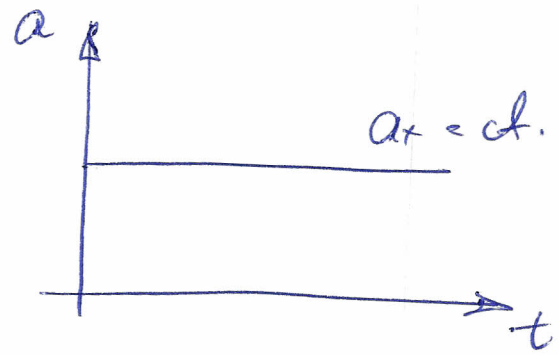
panta = viteza in punctul x.

Creezi semnificatia geometrica a derivatului unei functii.

• Grafic v-t



• Grafic a-t



## Relatie lui Galilei

-16

$$\text{din } \begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ v_x = v_{0x} + a_x t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)}$$

$\Rightarrow$  Ecuațiile de mișcare în cazul mișcării cu accelerație constantă

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0) \end{cases}$$

folosind aceste relații se poate rezolva orice problemă de mișcare în linie dreaptă cu accelerație constantă.

## ② Viteza și accelerație prin integrare

Am analizat situația când  $a_x = \text{constant}$  în timp.  
Dacă  $a_x = a_x(t)$ , ecuațiile de mișcare scrise mai sus nu mai sunt valide.

Se poate însă scrie:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow dv_x = a_x dt$$

în intervalul  $t_1, t_2 \longleftrightarrow v_{x1}, v_{x2}$   
se poate integra  $\Rightarrow$



$$\int_{v_{x1}}^{v_{x2}} dv_x = \int_{t_1}^{t_2} a_x(t) dt \Rightarrow$$

- 17

$$v_{x2} - v_{x1} = \int_{t_1}^{t_2} a_x(t) dt$$

Aplicand apoi definitia pt  $v_x$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v_x dt \Rightarrow$$

$$x_2 - x_1 = \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v_x(t) dt$$

Daca  $t_1 = 0$  ;  $t_2 = t \Rightarrow$

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x(t) dt$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x(t) dt$$

Caz general  
a ec de miscare  
cand  $a_x = a_x(t)$

Calculul vitei si acceleratiei daca se cunosc legea de miscare, prin derivare

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow v_x = \frac{dx(t)}{dt} ; \vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k}$$

$$v_y = \frac{dy(t)}{dt}$$

$$v_z = \frac{dz(t)}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

- 18 -  
Se mai denvede viteza  
(pe componente) si se obtin  
componentele  $a_x, a_y, a_z = f(t)$

ex :  $\vec{r}(t) = \underbrace{2t^2}_{x(t)} \vec{i} + t \vec{j}$   
 $y(t)$

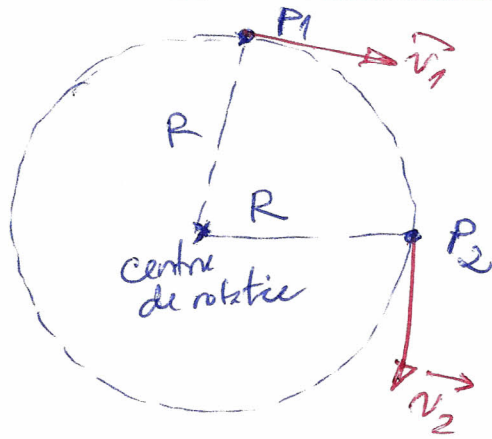
$$v_x = \frac{dx}{dt} = 4t \text{ m/s}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -1 \text{ m/s}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0$$

### 3) Miscarea circulară



• miscare circulară uniformă:

$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$$

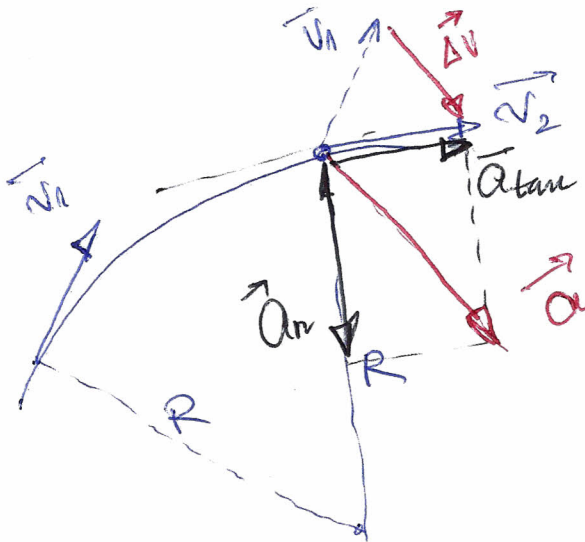
viteză constantă

dar vector viteză variază în timp datorită variației orientării

• miscare circulară neuniformă

$$|\vec{v}_1| \neq |\vec{v}_2|$$

### Miscarea circulară uniformă



accelerația are direcția lui  $\Delta \vec{v}$

se descompune pe 2 direcții:

tangentială =  $\parallel$  cu  $\vec{v}$

normală =  $\perp$  la traiectorie

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_{tan} + \vec{a}_n$$

Miscare circulară uniformă.  $\vec{a}_{tan} = 0$

non-uniformă  $\vec{a}_{tan} \neq 0$

$a_{tan} > 0 \Rightarrow |\vec{v}_2| > |\vec{v}_1| \Rightarrow$  particula accelerează

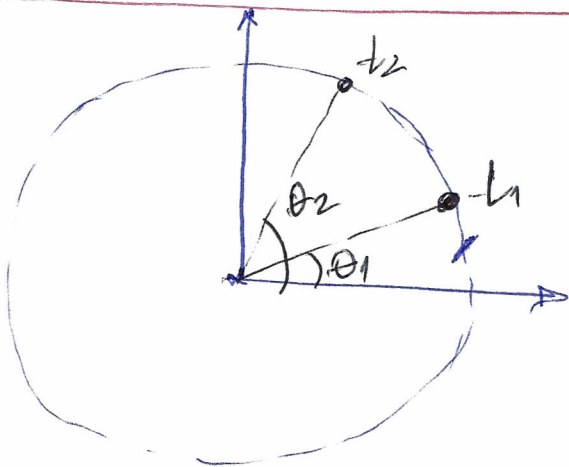
$a_{tan} < 0 \Rightarrow |\vec{v}_2| < |\vec{v}_1| \Rightarrow$  particula frânează

Acceleratia normală sau radiată:  $\vec{a}_n$  este întotdeauna diferită de zero -20

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

este orientată înspre  
cercul cercului (traectoriei  
cerculare) și se numește  
accelerație centripetă

### Caracteristicile mișcării circulare



Poziția  $P_1$  ( $\theta_1, t_1$ )

$P_2$  ( $\theta_2, t_2$ )

Deplasare unghiulară:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

### Viteza unghiulară:

medie  $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$  [rad/s]

instantanee  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

### Acceleratia unghiulară

medie  $\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$  [rad/s<sup>2</sup>]

instantanee  $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

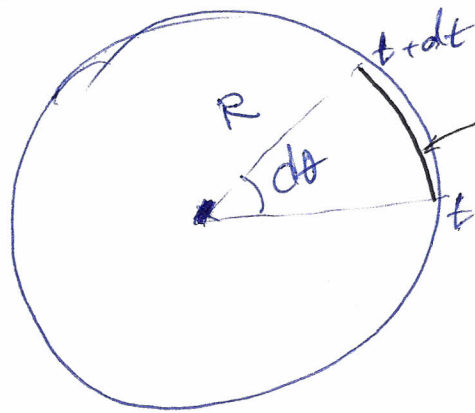
obs: Legi de mișcare analoge translației cu

corespondența:

$$\left\{ \begin{array}{l} r \longleftrightarrow \theta \\ v \longleftrightarrow \omega \\ a \longleftrightarrow \alpha \end{array} \right.$$



## Relația dintre mișcarea tangențială și cea rotativă -21-



$$ds = R d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \quad (\Rightarrow)$$

$$\boxed{v = R \omega}$$

## Perioada mișcării circulare

= timpul necesar parcurgerii unei circumferințe complete =  $2\pi$  radiani

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\omega R} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \quad \frac{\text{rad}}{\text{rad/s}} = \text{s}$$

## Frecvența mișcării circulare

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$$

$$f^{-1} = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{Herz})$$